

MATEMATICA I

7 luglio 2005

Cognome: _____ nome: _____

numero di matricola : _____ anno di corso: _____

1. Si calcolino

$$\int_{-2}^2 x^3(e^{x^2} + e^x) dx \quad \int \frac{5x^4 + 5}{x^3 - 4x^2 + 5x} dx$$

2. Sia $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione

$$F(x) = \int_1^x (\mathbf{1}_{[2,4)}(t) + te^t \cdot \mathbf{1}_{(-\infty,0)}(t)) dt$$

Si tracci un grafico della funzione F .

3. Si disegni con precisione il grafico della funzione $f : (-2, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = (x + 2) \log(x + 2).$$

4. Si determini il carattere delle seguenti serie.

$$\text{a. } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+1)^2}{n^3+1} \quad \text{b. } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2 5^n}{(2n+1)!}$$

5. Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{-1/x} \left(\sqrt{1 + \sin(e^{1/x})} - \sqrt{1 + x^2} - \sin x^2 \right)$$

6. Si fornisca la definizione di continuità e di derivabilità per una funzione. Si stabilisca se la funzione f , definita da

$$f(x) = \frac{\log x}{|x-1|},$$

è derivabile in $(0, \infty)$.