ESAME DI MATEMATICA I

28 giugno 2006

Cognome:____________________________ nome:____________________________

numero di matricola :____________ anno di corso:________

---

1. (3+3 punti) Si calcolino i seguenti limiti

$$\text{a)} \quad \lim_{x\to 0^+} \frac{x - \log(1+\sin x)}{x^3} \qquad\qquad \text{b)} \quad \lim_{x\to -\infty} \frac{2^x + 3^{-x} + (x^2)^{\sqrt{|x|}}}{2^{-x} + 3^x + |x|^{-x}}$$

2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\log x}{e^{1/x}},$$

(i) (1 punti) si determini il campo di esistenza ed il segno,
(ii) (2 punti) si calcolino i limiti di f e si determinino eventuali asintoti,
(iii) (2 punti) si calcoli f' e si determinino punti di masssimo o di minimo,
(iv) (1 punti) si tracci un grafico qualitativo della funzione f.
Non è richiesto lo studio della derivarta seconda.

3. (3+3 punti) Si calcoli l'integrale a) e si stabilisca se esiste finito l'integrale b):

$$\text{a)} \quad \int \frac{x+2}{2x^2+4x+3}\,\mathrm{d}x \qquad\qquad \text{b)} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+\sqrt{|x|}}\,\mathrm{d}x$$

4. (4 punti) Si studi al variare del parametro reale e positivo α la convergenza semplie e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \log^{\alpha}\left(1+\frac{1}{n}\right).$$

5. (4 punti) Data la funzione $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$ definita da $f(x)=\sin(\log x)$, si scriva il polinomio di Taylor di f di secondo grado centrato in $x_0 = 1$. Si scriva poi la relativa formula di Taylor con resto di Lagrange.

6. Si consideri la funzione $F:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ definita da

$$F(x) = \int_2^x \frac{e^{-t}-|t|}{t^4+1}\,\mathrm{d}t.$$

(i) (2 punti) si calcolino i limiti di F e si determinino eventuali asintoti,
(ii) (2 punti) motivando adeguatamente i passaggi, si calcoli F' e si determinino i punti di masssimo/minimo,
(iii) (2 punti) si tracci un grafico qualitativo della funzione F.
Non é richiesto lo studio della derivata seconda di F.