

# MATEMATICA I

21 giugno 2005

Cognome: \_\_\_\_\_ nome: \_\_\_\_\_

numero di matricola : \_\_\_\_\_ anno di corso: \_\_\_\_\_

---

1. Si calcolino

$$\int_{-1}^1 x^3 \log(x^2 + 1) dx \quad \int \frac{dx}{x^4 + 4x^2}$$

2. Sia  $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione

$$F(x) = \int_2^x \frac{\mathbf{1}_{[2,6)} + \mathbf{1}_{[3,6)} + \mathbf{1}_{[4,6)}}{3} dt$$

Si enunci il teorema fondamentale del calcolo integrale e si tracci un grafico della funzione  $F$ .

3. Si disegni con precisione il grafico della funzione  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$  definita da

$$f(x) = (x - x \log x)^3.$$

4. Si determini il carattere delle seguenti serie. Inoltre si calcoli la somma di b.

$$a. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2}{[(2n)!] \sin(e^{-n})} \quad b. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(4n+1)(4n+5)}.$$

5. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x+x^4} - e^x - e^{-x^2}}{\sin^2 x - 1 + \cos x} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} (1+x^2)^{1/x^3}$$