

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--

**ESAME DI MATEMATICA I**

Milano, 16 giugno 2003

Per il superamento della prova occorre il raggiungimento di almeno 18 punti nei primi 4 esercizi

**Esercizio 1** Punti: 8

Si calcolino i seguenti limiti:

$$\begin{array}{ll} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\ln|x| + x^3}{|1+x| + e^x} & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} \ln\left(\frac{1}{x}\right) \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x + e^x}{x^2 + \ln x} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^2) - 1}{x(e^{x^3} - 1)} \end{array}$$

**Esercizio 2** Punti: 6

Si studi la funzione

$$f(x) = \sqrt{|x^2 + 6x + 5|}.$$

**Esercizio 3** Punti: 6

- Si calcoli  $\int_2^3 \frac{x}{x^2 - 5x + 4} dx$ .
- Si dica se è finito  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + \sqrt[5]{\sin^2 x}} dx$ .
- Si studino le convergenze assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi\right)}{n!}.$$

**Esercizio 4** Punti: 2+2

- Si dia la definizione di funzione continua in un punto  $c$ .
- Si consideri la funzione  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , con

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x = 0 \\ 0 & x = 1 \\ \sin(x-2) \ln x & x \in (0, 1) \cup (1, \infty). \end{cases}$$

Si dica in quali punti la funzione  $f$  è continua.

---

**Esercizio 5** Punti: 4

Si dica se esiste finito

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{e^x + e^{-x} - 2} dx.$$

**Esercizio 6** Punti: 1+4

- Si enunci il criterio di Leibnitz per le serie a termini di segno alternato.
- Si studi il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{e^n}.$$