

MATEMATICA I

28 aprile 2005

Cognome: _____ nome: _____

numero di matricola : _____ anno di corso: _____

1. Si calcolino

$$\int_1^e x^3 e^{-x} dx \quad \int \frac{dx}{x^3 + x} dx$$

2. Sia $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione

$$F(x) = \int_5^x \frac{\mathbf{1}_{[2,6)} + \mathbf{1}_{[3,6)} + \mathbf{1}_{[4,6)}}{3} dt$$

Si enunci il teorema fondamentale del calcolo integrale e si tracci un grafico della funzione F .

3. Si disegni con precisione il grafico della funzione $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = (x \log x - x)^2.$$

4. Si determini il carattere delle seguenti serie. Inoltre si calcoli la somma di b.

$$a. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^3}{[(3n)!] \sin(e^{-n})} \quad b. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{4^{2n-1}}{(-25)^{n+1}}.$$

5. Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x+x^4} - e^x - e^{-x^2}}{\sin^2 x - 1 + \cos x} \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^5 - 2x - 1}{x^2 + 2x + 1}$$