

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

ESAME DI MATEMATICA I

Milano, 10 aprile 2003

Per il superamento della prova occorre il raggiungimento di almeno 18 punti nei primi 4 esercizi

Esercizio 1 Punti: 6

Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + \ln^2 x}{e^{1/x} + \ln(x-1)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \ln \left(\frac{1}{x} \right)$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x + \cos x}{x + e^{-x}} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x \sin x}$$

Esercizio 2 Punti: 5+2

Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{|x^2 - 6x + 5|}$$

- si disegni un grafico qualitativo di f .
- Si studino i punti di non derivabilità di f .

Esercizio 3 Punti: 2+2+2

- Si calcoli $\int_1^2 \frac{x-1}{x^2+x} dx$.
- Si dica se è finito $\int_1^\infty \frac{(1+\frac{1}{x})^{3/2} - 1}{\sqrt{x^2+x}} dx$.
- Si studi il carattere della serie $\sum_{n=0}^\infty \frac{\cos n\pi}{\sqrt{n+1}}$.

Esercizio 4 Punti: 2+2

- Si dica che cosa significa che una serie converge.
- Si enunci una condizione necessaria di convergenza per una serie.

Esercizio 5 Punti: 5

Si dica se esiste finito

$$\int_{-1}^1 \frac{e^x - 1}{\sin \left(x + \sqrt[3]{x^2} \right)} dx.$$

Esercizio 6 Punti: 2+3

- Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Si dia la definizione di estremo superiore di f .
- Sono date le funzioni

$$g(x) = \min \left\{ \frac{1}{1+x^2}, x^2 - 1 \right\} \quad \text{e} \quad f(x) = \max \{ x, g(x) \}.$$

Si determinino l'estremo superiore e l'estremo inferiore di f .