

MATEMATICA I

22 febbraio 2006

Cognome: _____ nome: _____

numero di matricola : _____ anno di corso: _____

1. (4 punti) Si calcolino l'integrale a. e si studi l'esistenza dell'integrale b.

$$\text{a. } \int \frac{e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2} dx \quad \text{b. } \int_{-\infty}^{10} \frac{e^x}{\sin x + x^{1/3}} dx.$$

2. (4 punti) Si studi la funzione $f : (0, 1) \cup (1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{x \log x}{x - 1}.$$

- (i) Si studi la prolungabilità di f nei punti 1 e 0;
- (ii) si studi il segno di f e si studi l'esistenza di eventuali asintoti;
- (iii) si studi la crescita e la decrescenza di f ;
- (iv) si tracci un grafico qualitativo f .

Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

3. (4 punti) Sia $F : E \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{s - 2}{(s^4 + 1)(s + 1)} ds.$$

- (i) Si stabilisca l'insieme E di definizione della funzione F ;
- (ii) si studi l'esistenza di eventuali asintoti orizzontali e verticali di F ;
- (iii) si studi la crescita e la decrescenza di F ;
- (iv) si tracci un grafico qualitativo di F .

Non è richiesto il calcolo e lo studio di F'' .

4. (4 punti) Si studi la convergenza semplice e assoluta delle delle seguenti serie.

$$\text{a. } \sum_{n=0}^{\infty} \left(n \sin \left(\frac{1}{n} \right) \right)^{n^3} \quad \text{b. } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^n}{1 + e^{2n}}$$

5. (4 punti) Si calcolino i seguenti limiti:

$$\text{a. } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9} \quad \text{b. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\sin x + 1) - \sin x}{(1 - 5x^2)^{1/5} - \cos(x\sqrt{2})}$$