

MATEMATICA I

22 febbraio 2005

Cognome: _____ nome: _____

numero di matricola : _____ anno di corso: _____

1. Si calcolino

$$\int_1^e \log^2 x \, dx \quad \int \frac{10}{x^3 - 2x^2 + 5x} \, dx$$

2. Sia $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{t \sin e^t}{t^4 + e^t} \, dt$$

Si studi l'esistenza di eventuali asintoti orizzontali di F .

3. Si disegni con precisione il grafico della funzione $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = x^2 \log |x|.$$

4. Si determini il carattere delle seguenti serie. Inoltre si calcoli la somma di b.

$$a. \sum_{n=20}^{\infty} (-1)^n \sin \left(\frac{n}{1+n^2} \right) \quad b. \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3} \right).$$

5. Si calcolino i seguenti limiti, utilizzando la formula di Taylor

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1-x^4} - \sqrt{1+x^4})^2}{x^4(\sin x^2 - \sin^2 x)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \sin \frac{1}{x} \right)^{-x^2}$$

6. Sia $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione

$$F(x) = \int_{-4}^x \frac{\mathbf{1}_{[-3,3)}(t) + \mathbf{1}_{[-1,1)}(t)}{8} \, dt.$$

Si disegni il grafico di F .