

MATEMATICA I

23 febbraio 2004

Cognome, nome, numero di matricola e anno di corso:

1. Si calcolino

$$\int \log x \, dx \quad \int \frac{1}{(x^2 + 1)^2} \, dx.$$

2. Si studi l'esistenza degli integrali impropri seguenti

$$\int_0^1 \frac{\log x}{\sqrt{1-x}} \, dx \quad \int_0^\infty x^{14} e^{-x} \, dx.$$

3. Per quali valori di x l'integrale

$$\int_0^x s^2 e^{-s^2} \, ds$$

esiste finito? Sia E l'insieme di tali valori. Sia $F : E \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione

$$F(x) = \int_0^x s^2 e^{-s^2} \, ds$$

- (i) Si calcolino F' , motivando il procedimento seguito, e F'' ;
 - (ii) si studi l'esistenza di eventuali asintoti orizzontali o verticali di F ;
 - (iii) si studi la crescita e la decrescenza di F ;
 - (iv) si tracci un grafico qualitativo di F .
4. Si determinino gli eventuali valori del parametro reale α per i quali la funzione f , definita in un opportuno intorno di $-\infty$ da

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3 - \alpha x^{5/2} + 1}{x}} + x$$

ammette asintoto obliquo a $-\infty$.