

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--

ESAME DI MATEMATICA I

Milano, 17 febbraio 2003

Esercizio 1 Punti: 6

Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{1/x} + \sin x}{\cos x + e^{-1/x}} \qquad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \ln x}{x^2 + \ln^2 x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x + \sin x)^2}{\sqrt{x^4 + x}} \qquad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[4]{1+x^3} - 1}{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}$$

Esercizio 2 Punti: 6

Si studi la funzione

$$f(x) = x^3 \ln^3 x.$$

Esercizio 3 Punti: 6

- Si calcoli $\int \frac{1}{x^2 + 4x + 8} dx$.
- Si dica se è finito $\int_0^\infty \frac{\sin x + \sqrt[3]{x^7 + x^4}}{1 + \sqrt{x^9}} dx$.
- Si studi il carattere delle serie

$$\sum_{n=1}^\infty \frac{n\sqrt{n}}{2^n} \qquad \sum_{n=1}^\infty (-1)^n \frac{n}{e^n}$$

Esercizio 4 Punti: 2+3

- Si dia la definizione di funzione continua in un punto y .
- Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0. \end{cases}$$

Si dica in quali punti la funzione f è continua.

Esercizio 5 Punti: 4

Si dica se esiste finito

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{\sin^2 x}{e^x + x^2 - x - 1} dx.$$

Esercizio 6 Punti: 2+4

- Si enunci il teorema fondamentale del calcolo integrale.
- Data la funzione

$$f(x) = \int_e^x \frac{t}{\ln t} dt \qquad x \in (1, \infty),$$

si determini il polinomio di Taylor di f di terzo grado centrato in $x = e$.