

# MATEMATICA I

9 febbraio 2006

Cognome: \_\_\_\_\_ nome: \_\_\_\_\_

numero di matricola : \_\_\_\_\_ anno di corso: \_\_\_\_\_

---

1. Si calcolino l'integrale a. e si studi l'esistenza dell'integrale b.

a.  $\int \frac{x}{(x-1)(x^2-4x+5)} dx$       b.  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x}(x+1)}{(e^x-1)^{1/3}} dx.$

2. Si studi la funzione  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definita da

$$f(x) = (x^2 - x)e^{-x}.$$

3. Sia  $F : E \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{e^{-s} - e^{s^2}}{s} ds.$$

- (i) Si stabilisca l'insieme  $E$  di definizione della funzione  $F$ ;
- (ii) si studi l'esistenza di eventuali asintoti orizzontali di  $F$ ;
- (iii) si studi la crescenza e la decrescenza di  $F$ ;
- (iv) si tracci un grafico qualitativo di  $F$ .

Non è richiesto il calcolo e lo studio di  $F''$ .

4. Si studi la convergenza semplice e assoluta delle delle seguenti serie.

a.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{[(n+1)!]^2 5^n}$       b.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{n^2+3}$

5. Si calcolino i seguenti limiti, utilizzando la formula di Taylor

a.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{\sin x} - \log(1-x)}{1 - \sqrt{1-x^3}}$       b.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log^2(x+1) - e^{x^2} + 1}{x - \sin x - x^3/6}$