

# MATEMATICA I

7 febbraio 2005

Cognome: \_\_\_\_\_ nome: \_\_\_\_\_

numero di matricola : \_\_\_\_\_ anno di corso: \_\_\_\_\_

---

1. Si calcolino

$$\int x \log x \, dx \quad \int \frac{1}{(x-1)(x^2+1)} \, dx$$

2. Si studi l'esistenza degli integrali impropri seguenti

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2 + e^x} \, dx \quad \int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} \, dx.$$

3. Sia  $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{s^2}{s^2 + e^s} \, ds.$$

- (i) Si calcolino  $F'$ , motivando il procedimento seguito, e  $F''$ ;
- (ii) si studi l'esistenza di eventuali asintoti orizzontali di  $F$ ;
- (iii) si studi la crescita e la decrescenza di  $F$ ;
- (iv) si tracci un grafico qualitativo di  $F$ .

4. Si determini il carattere delle seguenti serie.

$$a. \sum_{n=0}^{\infty} \sin\left(\frac{n}{1+n^3}\right) \quad b. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2+2}.$$

5. Si calcolino i seguenti limiti, utilizzando la formula di Taylor

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x + x^2 \log\left(1 - \frac{1}{x}\right) \right) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log^2(x+1) - e^{x^2} + 1}{x - \sin x - x^3/6}.$$