COGNOME

NOME

N. MATRICOLA

ESAME DI MATEMATICA I
SECONDA PROVA PARZIALE
Milano, 3 febbraio 2003

Esercizio 1 **Punti: 9**

Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int \frac{e^{1/x}}{x^2}\,\mathrm{d}x \qquad \int x^2 \ln^2 x\,\mathrm{d}x$$

$$\int_1^2 \frac{x}{1+\frac{1}{x}}\,\mathrm{d}x \qquad \int_0^1 \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}\,\mathrm{d}x$$

Si dica se i seguenti integrali generalizzati convergono:

$$\int_2^\infty \frac{1}{\ln x}\,\mathrm{d}x \qquad \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x\sqrt{1-x}}}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 2 **Punti: 6**

Si studi il carattere delle seguenti serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+e^{-n}}{1+e^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n^n+1)} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{n-\ln n}}$$

Si determini la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1}}{5^{n+1}}.$$

Esercizio 3 **Punti: 4+3**

- Si dia la definizione di serie e si dica che cosa significa che una serie converge.
- Si enunci uno dei criteri di convergenza e lo si applichi in un esempio opportuno.

Esercizio 4 **Punti: 3+3**

- Si studi la convergenza dell'integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{x+\ln x}\,\mathrm{d}x.$$

- Si determini la somma della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}.$$

Esercizio 5 **Punti: 3+3**

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{(x-1)^2} & x \le 1 \\ 1+(x-1)^2-(x-1)^3 & x > 1 \end{cases}$$

- si determini il massimo valore di k per cui esiste il polinomio di Taylor di f di grado k centrato in 1;
- si determini tale polinomio di grado massimo.