

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--

ESAME DI MATEMATICA I

Milano, 3 febbraio 2003

Esercizio 1 Punti: 4

Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x^6}}{x + e^x} \qquad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(2+x) - x - 1}{x^2 + 2x + 1}$$

Esercizio 2 Punti: 6

Si studi la funzione

$$f(x) = x^2 \ln^2 x$$

Esercizio 3 Punti: 4+2+2

• Si calcoli $\int_0^1 \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$.

Si dica se è finito $\int_0^\infty \frac{1}{e^{\sqrt{x}} - \sin x - 1} dx$.

• Si determini la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1}}{5^{n+1}}$$

• Si studi il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n^n + 1)}$$

Esercizio 4 Punti: 2+2

Si dia la definizione di serie e si dica che cosa significa che una serie converge.

Esercizio 5 Punti: 5

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{(x-1)^2} & x \leq 1 \\ 1 + (x-1)^2 - (x-1)^3 & x > 1 \end{cases}$$

- si determini il massimo valore di k per cui esiste il polinomio di Taylor di f di grado k centrato in 1;
- si determini tale polinomio di grado massimo.

Esercizio 6 Punti: 5

- Si dia la definizione di estremo superiore di un insieme limitato $A \subset \mathbb{R}$.
- Sia

$$A = \left\{ \frac{1 + (-1)^{n^2}}{n^2} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}.$$

Si determini il sup A e si giustifichi il risultato attraverso la definizione.