

Nome: ..... Cognome: ..... Matricola: .....

Università di Milano Bicocca  
*Corso di Laurea di primo livello in Scienze Statistiche ed economiche*  
*Corso di Laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni*  
Matematica I – 23 luglio 2008

1) Data una successione di numeri reali  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ , stabilire quali delle seguenti condizioni sono necessarie e quali sono sufficienti affinché  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  diverga a  $+\infty$ :

- a) che  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$ ;
- b) che esista  $\bar{n}$  tale che  $a_n > 0$  per ogni  $n \geq \bar{n}$ ;
- c) che esista  $\bar{n}$  tale che  $\sum_{k=0}^n a_k \geq 10$  per ogni  $n \geq \bar{n}$ .

2) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+x^2}}$$

precisandone il dominio di definizione, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti, la monotonia e gli eventuali punti di massimo/minimo (non è richiesto lo studio della derivata seconda). Tracciare quindi un grafico qualitativo della funzione.

3) Tracciare un grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{e^s(1-s)}{s} ds$$

che ne evidenzi il dominio di definizione, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti, la monotonia e gli eventuali punti di massimo/minimo, la convessità/concavità e gli eventuali punti di flesso. Tracciare quindi un grafico qualitativo della funzione.

4) Calcolare il seguente integrale, giustificando i passaggi svolti:

$$I = \int_0^1 \frac{1-e^x}{e^{2x}+1} dx.$$

5) Calcolare il limite

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n \frac{\sum_{k=0}^n 2^k}{\sum_{k=1}^n 3^k}.$$

## SOLUZIONI

1) la condizione a) è necessaria? 

SÌ	NO
----	----

 Perché?

la condizione a) è sufficiente? 

SÌ	NO
----	----

 Perché?

la condizione b) è necessaria? 

SÌ	NO
----	----

 Perché?

la condizione b) è sufficiente? 

SÌ	NO
----	----

 Perché?

la condizione c) è necessaria? 

SÌ	NO
----	----

 Perché?

la condizione c) è sufficiente? 

SÌ	NO
----	----

 Perché?

2) Dominio di  $f$ :

Limiti ed eventuali asintoti:

Studio del segno di  $f'$ :

Grafico di  $f$ :

**3)** Dominio di  $F$ :

Limiti ed eventuali asintoti:

Studio del segno di  $F'$ :

Studio del segno di  $F''$ :

Grafico di  $F$ :

4)  $I =$

**Giustificazione:**

5)  $L =$

**Giustificazione:**