X

Università di Milano - Bicocca

Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche

Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni

Analisi Matematica I - seconda prova parziale (27.1.09)

1) Stabilire se i seguenti integrali impropri esistono finiti o infiniti.

$$K = \int_1^{+\infty} \frac{x^3}{\sqrt{x^8 + \sqrt{x}}}\, dx \ , \qquad L = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - \sin x}}\, dx \ .$$

2) Calcolare i seguenti integrali

$$A = \int_0^1 \frac{x}{2^x}\, dx \ , \qquad B = \int_1^2 \frac{x^5 + 2}{x^4 + x^2}\, dx \ .$$

3) Tracciare un grafico che evidenzi l'insieme di definizione, i limiti, il crescere e il decrescere, la concavità della funzione integrale

$$f(x) = \int_{100}^{x} \frac{1}{\sqrt{\log^2 t - 5\log t + 4}}\, dt \ .$$

4) Calcolare le seguenti derivate parziali, indicando dove sono definite:

$$I) \quad \frac{\partial}{\partial x}\left((x+1)^{xy}\right) =$$

$$J) \quad \frac{\partial}{\partial y}\left(y\sqrt{x+y}\right) =$$

5)

i) Per ogni intero positivo n determinare il numero <u>reale</u> x per il quale

$$p(x) = \mathbf{1}_{[1,n]}(x) \cdot x^{n^2/x}$$

è massimo (per ogni insieme $A \subseteq \mathbb{R}$ si definisce $\mathbf{1}_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in A \\ 0 & \text{se } x \notin A \end{cases}$).

ii) Per ogni intero positivo n determinare il numero <u>intero positivo</u> k per il quale

$$p(k) = \mathbf{1}_{[1,n]}(k) \cdot k^{n^2/k}$$

è massimo.