X

Università di Milano - Bicocca
Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche
Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni
Analisi Matematica I - 27.1.09

1) Sia $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$. Le tre affermazioni
$a)\ f(-1) = f(1)$,
$b)\ f'(0) = 0$,
$c)\ f''(0) < 0$
non si implicano a vicenda in alcun modo, cioè

$$a \not\Rightarrow b\ , \quad a \not\Rightarrow c\ , \quad b \not\Rightarrow a\ , \quad b \not\Rightarrow c\ , \quad c \not\Rightarrow a\ , \quad c \not\Rightarrow b\ .$$

Dimostrare la falsità di tutte queste implicazioni esibendo per ciascuna di esse un contresempio.

2) Calcolare i seguenti integrali

$$A = \int_0^1 \frac{x}{2^x}\, dx\ , \qquad B = \int_1^2 \frac{x^5+2}{x^4+x^2}\, dx\ .$$

3) Tracciare un grafico che evidenzi l'insieme di definizione, i limiti, il crescere e il decrescere, la concavità della funzione integrale

$$f(x) = \int_{100}^x \frac{1}{\sqrt{\log^2 t - 5\log t + 4}}\, dt\ .$$

4) Calcolare, quando esistono (finite o infinite), al variare dell'eventuale parametro, le somme delle seguenti serie.

$$I = \sum_{n=2}^{+\infty} \left(x^3 - 2\right)^n\ ,$$

$$J = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{e+\pi}\right)^n\ .$$

5)

i) Per ogni intero positivo n determinare il numero <u>reale</u> x per il quale

$$p(x) = \mathbf{1}_{[1,n]}(x) \cdot x^{n^2/x}$$

è massimo (per ogni insieme $A \subseteq \mathbb{R}$ si definisce $\mathbf{1}_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in A \\ 0 & \text{se } x \notin A \end{cases}$).

ii) Per ogni intero positivo n determinare il numero <u>intero positivo</u> k per il quale

$$p(k) = \mathbf{1}_{[1,n]}(k) \cdot k^{n^2/k}$$

è massimo.