

Università di Milano - Bicocca
Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche
Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni
Matematica I - 25.06.08

1) Sia $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, derivabile due volte in $x = 0$. Le tre affermazioni

a) $f(0) = 0$,

b) $f'(0) = 0$,

c) $f''(0) = 0$

non si implicano a vicenda in alcun modo, cioè

$$a \not\Rightarrow b, \quad a \not\Rightarrow c, \quad b \not\Rightarrow a, \quad b \not\Rightarrow c, \quad c \not\Rightarrow a, \quad c \not\Rightarrow b.$$

Dimostrare la falsità di tutte queste implicazioni esibendo per ciascuna di esse un contreesempio.

2) Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = \log(e^x - e) + e^x,$$

evidenziandone l'insieme di definizione, i limiti, il crescere e il decrescere, la convessità e la concavità.

3) Calcolare il valore, finito o infinito, dei seguenti integrali.

$$I = \int_1^2 \frac{x-2}{x^3-x^2} dx, \quad J = \int_2^{+\infty} \frac{x-2}{x^3-x^2} dx.$$

4) Calcolare la somma, finita o infinita, delle seguenti serie.

$$A = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{e}{e-1} \right)^{n/2}, \quad B = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{e-1}{e} \right)^{n/2}.$$

5) Calcolare il seguente limite.

$$G = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_2^x \frac{1}{\log t} dt}{x / \log x}.$$