A Nome: .... Cognome: .... Matricola: ....

Quando desidera sostenere la prova orale? ☐ 11/02/2008 ☐ 18/02/2008

Università di Milano Bicocca

Corso di Laurea di primo livello in Scienze Statistiche ed economiche

Corso di Laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni

Matematica I – seconda prova parziale – 30 gennaio 2008

1) Calcolare i seguenti integrali, giustificando i passaggi svolti:

$$I = \int_0^2 \frac{x}{x^3 + x^2 + 4x + 4}\, dx, \qquad J = \int_0^{\pi/2} x \sin x \cos x \, dx.$$

2) Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

precisandone il dominio di definizione , il segno, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti, la monotonia e gli eventuali punti di massimo/minimo, la convessità/concavità e gli eventuali punti di flesso. Tracciare quindi un grafico qualitativo della funzione.

3) Calcolare il polinomio di Taylor di terzo grado $P_3(x)$ centrato in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione

$$G(x) = \int_{\pi/2}^{x} \frac{\cos t}{t}\, dt.$$

4) Stabilire se la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + n^2\sqrt{n}}{1 + n^3}$$

converge.

5) Tracciare un grafico della funzione

$$F(x) = \int_2^x \frac{t-2}{t\sqrt{t-1}}\, dt \qquad (*)$$

che ne evidenzi il dominio di definizione, i limiti agli estremi del dominio (dire se esistono finiti o infiniti, precisandone il segno), il crescere e il decrescere, la convessità/concavità (non è richiesto il calcolo esplicito dell'integrale in $(*)$).

6) Determinare i valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{\arctan(\alpha x) + \beta x^2}{x} & \text{se } x > 0, \\ \beta - 2x^2 - 2x & \text{se } x \le 0, \end{cases}$$

è continua e derivabile in $\mathbb{R}$.

B Nome: .... Cognome: .... Matricola: ....

Quando desidera sostenere la prova orale? ☐ 11/02/2008 ☐ 18/02/2008

Università di Milano Bicocca

Corso di Laurea di primo livello in Scienze Statistiche ed economiche

Corso di Laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni

Matematica I – seconda prova parziale – 30 gennaio 2008

1) Calcolare i seguenti integrali, giustificando i passaggi svolti:

$$I = \int_0^1 \frac{1}{x^3 + 2x^2 + x + 2}\,dx, \qquad J = \int_0^{\pi/4} \frac{1+x}{\cos^2 x}\,dx.$$

2) Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x}{e^x - 1}\right)$$

precisandone il dominio di definizione , il segno, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti, la monotonia e gli eventuali punti di massimo/minimo, la convessità/concavità e gli eventuali punti di flesso. Tracciare quindi un grafico qualitativo della funzione.

3) Calcolare il polinomio di Taylor di terzo grado $P_3(x)$ centrato in $x_0 = 1$ della funzione

$$G(x) = \int_1^x \frac{e^{-s^2}}{s}\,ds.$$

4) Stabilire se la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \cos(n\pi)\frac{1+n}{2+n^5}$$

converge.

5) Tracciare un grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{t-1}{(3t+1)\sqrt{t}}\,dt \qquad (*)$$

che ne evidenzi il dominio di definizione, i limiti agli estremi del dominio (dire se esistono finiti o infiniti, precisandone il segno), il crescere e il decrescere, la convessità/concavità (non è richiesto il calcolo esplicito dell'integrale in $(*)$).

6) Determinare i valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{\alpha x + \log(1 + \beta x)}{x} & \text{se } x > 0, \\ x^3 - x + 2\alpha & \text{se } x \leq 0, \end{cases}$$

è continua e derivabile in $\mathbb{R}$.

C Nome: .... Cognome: .... Matricola: ....

Quando desidera sostenere la prova orale? ☐ 11/02/2008 ☐ 18/02/2008

Università di Milano Bicocca

Corso di Laurea di primo livello in Scienze Statistiche ed economiche

Corso di Laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni

Matematica I – seconda prova parziale – 30 gennaio 2008

1) Calcolare i seguenti integrali, giustificando i passaggi svolti:

$$I = \int_1^2 \frac{2x^2 - x + 8}{x^3 + 4x}\, dx, \qquad J = \int_0^1 x^3 \arctan(x^2)\, dx.$$

2) Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan\left(1 + \frac{2}{x}\right)$$

precisandone il dominio di definizione , il segno, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti, la monotonia e gli eventuali punti di massimo/minimo, la convessità/concavità e gli eventuali punti di flesso. Tracciare quindi un grafico qualitativo della funzione.

3) Calcolare il polinomio di Taylor di terzo grado $P_3(x)$ centrato in $x_0 = \pi$ della funzione

$$G(x) = \int_\pi^x \frac{\sin t}{t}\, dt.$$

4) Stabilire se la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1 + n^3}{3 + n^2\sqrt{n}}$$

converge.

5) Tracciare un grafico della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{s}{(3s+4)\sqrt{s+1}}\, ds \qquad (*)$$

che ne evidenzi il dominio di definizione, i limiti agli estremi del dominio (dire se esistono finiti o infiniti, precisandone il segno), il crescere e il decrescere, la convessità/concavità (non è richiesto il calcolo esplicito dell'integrale in $(*)$).

6) Determinare i valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{\beta x^2 - \arctan(\alpha x)}{x} & \text{se } x < 0, \\ -x^3 + x + \beta & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

è continua e derivabile in $\mathbb{R}$.

D Nome: .... Cognome: .... Matricola: ....

Quando desidera sostenere la prova orale? ☐ 11/02/2008 ☐ 18/02/2008

Università di Milano Bicocca

Corso di Laurea di primo livello in Scienze Statistiche ed economiche

Corso di Laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni

Matematica I – seconda prova parziale – 30 gennaio 2008

1) Calcolare i seguenti integrali, giustificando i passaggi svolti:

$$I = \int_0^1 \frac{x^2}{x^3 + x^2 + 4x + 4}\, dx, \qquad J = \int_0^1 \log(1 + x^2)\, dx.$$

2) Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{1}{1 - e^x}\right)$$

precisandone il dominio di definizione , il segno, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti, la monotonia e gli eventuali punti di massimo/minimo, la convessità/concavità e gli eventuali punti di flesso. Tracciare quindi un grafico qualitativo della funzione.

3) Calcolare il polinomio di Taylor di terzo grado $P_3(x)$ centrato in $x_0 = 1$ della funzione

$$G(x) = \int_1^x \frac{e^{s^2}}{s}\, ds.$$

4) Stabilire se la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2 + n + n^5}{1 + n}$$

converge.

5) Tracciare un grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{1 - t}{(t + 1)\sqrt{t}}\, dt \tag{$*$}$$

che ne evidenzi il dominio di definizione, i limiti agli estremi del dominio (dire se esistono finiti o infiniti, precisandone il segno), il crescere e il decrescere, la convessità/concavità (non è richiesto il calcolo esplicito dell'integrale in $(*)$).

6) Determinare i valori di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ per i quali la funzione

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(1 + \alpha x) + \beta x^2}{x} & \text{se } x < 0, \\[2ex] \beta - x^2 - x & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

è continua e derivabile in $\mathbb{R}$.

SOLUZIONI

1) $I =$

$J =$

2) Dominio di f:

Segno di f:

Limiti ed eventuali asintoti:

Studio del segno di f':

Studio del segno di f'':

Grafico di f:

3) $G'(x) =$ $G'(x_0) =$

$G''(x) =$ $G''(x_0) =$

$G'''(x) =$ $G'''(x_0) =$

$P_3(x) =$

4) La serie data

CONVERGE	NON CONVERGE

Giustificazione della risposta:

5) Dominio di F:

Limiti:

Studio del segno di F':

Studio del segno di F'':

Grafico di F:

6) Valori di α e β per i quali h è continua e derivabile in $\mathbb{R}$:

Giustificazione della risposta: