A Nome: .... Cognome: .... Matricola: ....

Quando desidera sostenere la prova orale? ☐ 11/02/2008 ☐ 18/02/2008

Università di Milano Bicocca

Corso di Laurea di primo livello in Scienze Statistiche ed economiche

Corso di Laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni

Matematica I – 30 gennaio 2008

1) Data $h : (-1, 1) \to \mathbb{R}$, stabilire le implicazioni reciproche tra le le seguenti affermazioni motivando opportunamente le risposte:

a) h è derivabile e $h'(x) \geq 0 \ \forall x \in (-1, 1)$;
b) h è costante;
c) h è limitata.

2) Calcolare il seguente limite, giustificando i passaggi svolti:

$$L = \lim_{n\to\infty} n - \sqrt{4n^2 + \sqrt{n^5} + \cos(5n + \log n)}.$$

3) Calcolare i seguenti integrali, giustificando i passaggi svolti:

$$I = \int_0^2 \frac{x}{x^3 + x^2 + 4x + 4}\, dx, \qquad J = \int_0^{\pi/2} x \sin x \cos x\, dx.$$

4) Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

precisandone il dominio di definizione , il segno, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti, la monotonia e gli eventuali punti di massimo/minimo, la convessità/concavità e gli eventuali punti di flesso. Tracciare quindi un grafico qualitativo della funzione.

5) Tracciare un grafico della funzione

$$F(x) = \int_2^x \frac{t-2}{t\sqrt{t-1}}\, dt \qquad (*)$$

che ne evidenzi il dominio di definizione, i limiti agli estremi del dominio (dire se esistono finiti o infiniti, precisandone il segno), il crescere e il decrescere, la convessità/concavità (non è richiesto il calcolo esplicito dell'integrale in $(*)$).

6) Calcolare il polinomio di Taylor di terzo grado $P_3(x)$ centrato in $x_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ della funzione

$$G(x) = \int_{\pi/2}^{x^2} \frac{\cos t}{t}\, dt.$$

B Nome: .... Cognome: .... Matricola: ....

Quando desidera sostenere la prova orale? ☐ 11/02/2008 ☐ 18/02/2008

Università di Milano Bicocca

Corso di Laurea di primo livello in Scienze Statistiche ed economiche

Corso di Laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni

Matematica I – 30 gennaio 2008

1) Data $h : (-1, 1) \to \mathbb{R}$, stabilire le implicazioni reciproche tra le le seguenti affermazioni motivando opportunamente le risposte:

a) h è dispari e non costante;
b) $\exists\, x_0 \in (-1, 1)$ tale che $h(x_0) = 0$;
c) h è limitata.

2) Calcolare il seguente limite, giustificando i passaggi svolti:

$$L = \lim_{n\to\infty} 2n - \sqrt{4n^2 + \sqrt{n^3} + \arctan(n+5)}.$$

3) Calcolare i seguenti integrali, giustificando i passaggi svolti:

$$I = \int_0^1 \frac{1}{x^3 + 2x^2 + x + 2}\, dx, \qquad J = \int_0^{\pi/4} \frac{1+x}{\cos^2 x}\, dx.$$

4) Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x}{e^x - 1}\right)$$

precisandone il dominio di definizione , il segno, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti, la monotonia e gli eventuali punti di massimo/minimo, la convessità/concavità e gli eventuali punti di flesso. Tracciare quindi un grafico qualitativo della funzione.

5) Tracciare un grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{t-1}{(3t+1)\sqrt{t}}\, dt \qquad (*)$$

che ne evidenzi il dominio di definizione, i limiti agli estremi del dominio (dire se esistono finiti o infiniti, precisandone il segno), il crescere e il decrescere, la convessità/concavità (non è richiesto il calcolo esplicito dell'integrale in $(*)$).

6) Calcolare il polinomio di Taylor di terzo grado $P_3(x)$ centrato in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione

$$G(x) = \int_0^{\cos x} e^{-s^2}\, ds.$$

C Nome: .... Cognome: .... Matricola: ....

Quando desidera sostenere la prova orale? ☐ 11/02/2008 ☐ 18/02/2008

Università di Milano Bicocca

Corso di Laurea di primo livello in Scienze Statistiche ed economiche

Corso di Laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni

Matematica I – 30 gennaio 2008

1) Data $h : (-1, 1) \to \mathbb{R}$, stabilire le implicazioni reciproche tra le le seguenti affermazioni motivando opportunamente le risposte:

a) h è strettamente crescente;
b) h è continua;
c) h è iniettiva.

2) Calcolare il seguente limite, giustificando i passaggi svolti:

$$L = \lim_{n\to\infty} 2n - \sqrt{4n^2 + \sqrt{n} + \sin(n^5 + 7)}.$$

3) Calcolare i seguenti integrali, giustificando i passaggi svolti:

$$I = \int_1^2 \frac{2x^2 - x + 8}{x^3 + 4x}\, dx, \qquad J = \int_0^1 x^3 \arctan(x^2)\, dx.$$

4) Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan\left(1 + \frac{2}{x}\right)$$

precisandone il dominio di definizione , il segno, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti, la monotonia e gli eventuali punti di massimo/minimo, la convessità/concavità e gli eventuali punti di flesso. Tracciare quindi un grafico qualitativo della funzione.

5) Tracciare un grafico della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{s}{(3s+4)\sqrt{s+1}}\, ds \qquad (*)$$

che ne evidenzi il dominio di definizione, i limiti agli estremi del dominio (dire se esistono finiti o infiniti, precisandone il segno), il crescere e il decrescere, la convessità/concavità (non è richiesto il calcolo esplicito dell'integrale in $(*)$).

6) Calcolare il polinomio di Taylor di terzo grado $P_3(x)$ centrato in $x_0 = \sqrt{\pi}$ della funzione

$$G(x) = \int_\pi^{x^2} \frac{\sin t}{t}\, dt.$$

D Nome: .... Cognome: .... Matricola: ....

Quando desidera sostenere la prova orale? ☐ 11/02/2008 ☐ 18/02/2008

Università di Milano Bicocca

Corso di Laurea di primo livello in Scienze Statistiche ed economiche

Corso di Laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni

Matematica I – 30 gennaio 2008

1) Data $h : (-1, 1) \to \mathbb{R}$, stabilire le implicazioni reciproche tra le le seguenti affermazioni motivando opportunamente le risposte:

a) h è pari;
b) $x = 0$ è un punto di minimo relativo di h;
c) h non è iniettiva.

2) Calcolare il seguente limite, giustificando i passaggi svolti:

$$L = \lim_{n\to\infty} n - \sqrt{4n^2 + e^n + \cos(e^n + 1)}.$$

3) Calcolare i seguenti integrali, giustificando i passaggi svolti:

$$I = \int_0^1 \frac{x^2}{x^3 + x^2 + 4x + 4}\, dx, \qquad J = \int_0^1 \log(1 + x^2)\, dx.$$

4) Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{1}{1 - e^x}\right)$$

precisandone il dominio di definizione , il segno, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti, la monotonia e gli eventuali punti di massimo/minimo, la convessità/concavità e gli eventuali punti di flesso. Tracciare quindi un grafico qualitativo della funzione.

5) Tracciare un grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{1 - t}{(t + 1)\sqrt{t}}\, dt \qquad (*)$$

che ne evidenzi il dominio di definizione, i limiti agli estremi del dominio (dire se esistono finiti o infiniti, precisandone il segno), il crescere e il decrescere, la convessità/concavità (non è richiesto il calcolo esplicito dell'integrale in $(*)$).

6) Calcolare il polinomio di Taylor di terzo grado $P_3(x)$ centrato in $x_0 = \pi$ della funzione

$$G(x) = \int_0^{\sin x} e^{s^2}\, ds.$$

SOLUZIONI

1) $a \overset{?}{\Longrightarrow} b$ | SÌ | NO | Perché?

$a \overset{?}{\Longrightarrow} c$ | SÌ | NO | Perché?

$b \overset{?}{\Longrightarrow} a$ | SÌ | NO | Perché?

$b \overset{?}{\Longrightarrow} c$ | SÌ | NO | Perché?

$c \overset{?}{\Longrightarrow} a$ | SÌ | NO | Perché?

$c \overset{?}{\Longrightarrow} b$ | SÌ | NO | Perché?

2) $L =$

3) $I =$

$J =$

4) Dominio di f:

Segno di f:

Limiti ed eventuali asintoti:

Studio del segno di f':

Studio del segno di f'':

Grafico di f:

5) Dominio di F:

Limiti:

Studio del segno di F':

Studio del segno di F'':

Grafico di F:

6)

$G'(x) =$ $G'(x_0) =$

$G''(x) =$ $G''(x_0) =$

$G'''(x) =$ $G'''(x_0) =$

$P_3(x) =$