

X

Università di Milano - Bicocca

Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche
 Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni
 Matematica I - prima prova parziale 20.11.07

- 1) Sia $\{x_n\}_{n=1}^{+\infty}$ una successione di numeri reali. Le tre affermazioni
- x_n non converge a 5 ,
 - $x_n \geq 5$ per ogni $n \in \mathbb{N}$,
 - x_n è strettamente decrescente

non si implicano a vicenda in alcun modo, cioè

$$a \not\Rightarrow b, \quad a \not\Rightarrow c, \quad b \not\Rightarrow a, \quad b \not\Rightarrow c, \quad c \not\Rightarrow a, \quad c \not\Rightarrow b.$$

Dimostrare la falsità di tutte queste implicazioni esibendo per ciascuna di esse un controesempio.

- 2) Risolvere le disequazioni:

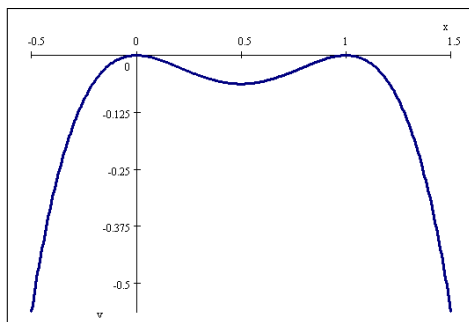
$$i) 1 + \frac{2}{x^2} < 2 - \frac{2}{x^4}, \quad ii) \sqrt{x-1} \geq 2 - |x-1|, \quad iii) 2 - x \geq \frac{1}{|x|}$$

e interpretare graficamente i risultati ottenuti.

- 3) Il riferimento cartesiano seguente contiene, limitatamente all'intervallo $[-0.5, 1.5]$, il grafico di una delle seguenti funzioni.

$$f(x) = x - 2x^2, \quad g(x) = |\sin(2\pi x)|, \quad h(x) = |\log(1 + x^2 - x)|, \\ i(x) = \sqrt[3]{x^2 - x}, \quad j(x) = \sqrt[3]{x - x^2}, \quad k(x) = -(x^2 - x)^2.$$

Quale? Giustificare la risposta.



- 4) Calcolare i seguenti limiti, giustificando i passaggi svolti:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{4^n + 3^n + 2^n}$$

$$B = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 + \sqrt[5]{n - n^{10}} \right)$$

$$C = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\log(n^2 + 1)}{2 \log n} \right)^n$$

- 5) Determinare (e rappresentare sul piano cartesiano) il luogo delle soluzioni (x, y) dell'equazione

$$\frac{1}{x} + \sum_{k=0}^{+\infty} x^k = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{y}{2} \right)^n.$$