COGNOME : **NOME :** **MATR. :**

FIRMA :

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE (Sez. Prof. E. Marchetti)

A.A. 2004/2005 Prova in itinere del 18/11/2004

1) **Determinare le eventuali soluzioni:**

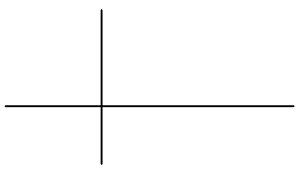
$a)\quad \sqrt{x^2-4} > -2$

A) $\forall x \in R$ B) non ha soluzione C) $x = 0$ D) $x < -2\sqrt{2},\ x > 2\sqrt{2}$ E) $x \le -2,\ x \ge 2$

$b)\quad \dfrac{4+x^2}{x+2} = 0$

A) $\forall x \in R$ B) $x \ne -2$ C) non ha soluzione D) $x = -2$ E) $x = \pm 2$

$c)\quad \cos x > 3x$ (**Risolvere utilizzando i grafici delle funzioni elementari)**



A) $x > \alpha\ \ (0 < \alpha < \pi/2)$ B) $x < \alpha\ \ (0 < \alpha < \pi/2)$ C) $\forall x \in R$

D) $x > |\alpha|\ \ (0 < \alpha < \pi/2)$ E) per nessun valore di x

2) **Dati i vettori** $\mathbf{w} = (a+1)\mathbf{j} + 2\mathbf{k},\ \ \mathbf{v} = 3\mathbf{i} + (1+a)\mathbf{j}$, **determinare per quale valore di** $a \in R$ **, il vettore** $\mathbf{u} = \mathbf{w} \wedge \mathbf{v}$ **ha la direzione del versore j.**

$\mathbf{u} = \mathbf{w} \wedge \mathbf{v} =$

la condizione richiesta è soddisfatta per:

3) **Dato** $\mathbf{u} = \left[-\sqrt{2}/2 \quad 0 \quad \sqrt{2}/2\right]$ **e indicati con** α, β, γ **gli angoli (** $0 \le \alpha, \beta, \gamma \le \pi$ **) che esso forma con i versori i, j, k , calcolare:**

$|\mathbf{u}| =$ $\cos\alpha =$ $\cos\beta =$ $\cos\gamma =$

commentare brevemente i risultati ottenuti

4) **Siano** $\mathbf{A}$ **una matrice** $(n \times n)$ **diagonale con elementi** $a_{ii} \ne 0, \forall i = 1,\ldots,n$ **, B una matrice** $(n \times n)$ **diagonale con elementi** $b_{ii} = 1/a_{ii}$ **,** $\forall i = 1,\ldots,n$ **. Quale delle seguenti cinque affermazioni è <u>falsa</u>:**

A) $\mathbf{AB} = \mathbf{I}$

B) $car(\mathbf{A}) = car(\mathbf{B})$

C) $\mathbf{A}^T, \mathbf{B}^T$ sono diagonali

D) $\mathbf{AB} = \mathbf{O}$

E) $\det(\mathbf{AB}) \neq 0$

5) **Siano** $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3a & a+5 \\ 2a & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2a-2 \\ -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ $(a \in R)$ **:**

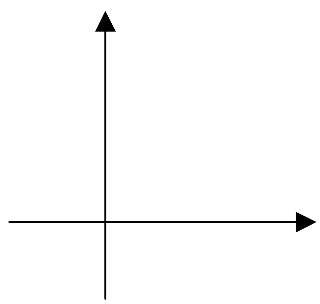
i) **discutere al variare di** $a \in R$ **il sistema** $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$

ammette una e una sola soluzione per:_______________   è indeterminato per:__________________   è impossibile per: ____________________

6) **Si consideri nello spazio cartesiano tridimensionale** *Oxyz* **il triangolo di vertici** $A(-2,0,0), B(0,-1,0), C(0,2,0)$**. Determinare le coordinate dei vertici** *A', B', C'* **del trasformato di tale triangolo mediante la matrice** $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 3/2 & -3/2 & 0 \\ 3/2 & 3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$**.**

Disegnare i triangoli *ABC* **e** *A'B'C'* **sul piano** *xy.*

A': $\qquad\qquad$ B': $\qquad\qquad$ C':



7) **Risolvere mediante il metodo di riduzione gaussiana il seguente sistema lineare :**

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

Scrivere il sistema in forma matriciale: $\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \\ \\ \end{bmatrix}$.

Il sistema triangolarizzato diventa : $\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \\ \\ \end{bmatrix}$. Il vettore soluzione del sistema e' : $\begin{bmatrix} \quad \\ \\ \\ \end{bmatrix}$

8) **Siano** $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}^T = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]$ **:**

i) **calcolare la matrice prodotto** $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$ $\qquad$ $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ \\ \end{bmatrix}$

ii) **il sistema lineare** $\mathbf{Cx} = \mathbf{b}$

A) ammette ∞^1 soluzioni
B) e' omogeneo
C) ha una e una sola soluzione
D) ammette ∞^2 soluzioni
E) e' impossibile