COGNOME : **NOME :** **MATR. :**

FIRMA :

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE (Sez. Prof. E. Marchetti)

A.A. 2004/2005 Prova in itinere del 18/11/2004

1) **Determinare le eventuali soluzioni:**

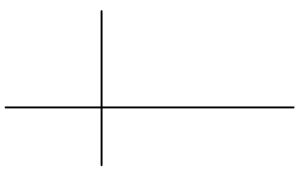
$a)\quad \sqrt{x^2-9}=-3$

A) $\forall x\in R$ B) non ha soluzione C) $x=0$ D) $x=\pm 3\sqrt{2}$ E) $x\le -3,\ x\ge 3$

$b)\quad \dfrac{e^x}{1+x^2}>0$

A) $\forall x\in R$ B) $x<-1, x>1$ C) $x\neq 0$ D) $x>-1$ E) $x\neq \pm 1$

$c)\quad \cos x > x^2$ (**Risolvere utilizzando i grafici delle funzioni elementari**)



A) $x>\alpha\ \ (\alpha<\pi/2)$ B) $-\alpha<x<\alpha\ \ (0<\alpha<\pi/2)$ C) $\forall x\in R$

D) $x\le|\alpha|\ \ (0<\alpha<\pi/2)$ E) $-1<x<1$

2) **Dati i seguenti vettori** $\mathbf{v}=[\sqrt{2}/2\quad -1/2\quad 1/2]$ **,** $\mathbf{u}=[2\quad 0\quad -2\sqrt{2}]$**, indicato con** ϑ **l'angolo fra essi compreso, calcolare:**

$|\,\mathbf{v}\,|=$ $|\,\mathbf{u}\,|=$

$\cos\vartheta=$

Commentare brevemente i risultati ottenuti:

3) **Determinare per quale valore di** $a\in R$ **i vettori** $\mathbf{u}=-4\mathbf{i}+4\mathbf{k},\quad \mathbf{w}=a\mathbf{j}+2\mathbf{k},\quad \mathbf{v}=3\mathbf{i}+(1-a)\mathbf{j}$ **sono complanari.**

$\mathbf{u}\bullet\mathbf{w}\wedge\mathbf{v}=$

sono complanari per :

4) **Siano** $\mathbf{A}$ **una matrice** $(n\times n)$ **diagonale con elementi** $a_{ii}\neq 0,\forall i=1,\dots,n$ **, B una matrice** $(n\times n)$ **diagonale con elementi** $b_{ii}=1/a_{ii}\,,\forall i=1,\dots,n$ **. Quale delle seguenti cinque affermazioni è <u>vera</u>:**

A) $\mathbf{AB}=\mathbf{I}$

B) $\mathbf{A}=-\mathbf{B}$

C) $\mathbf{A}^T = \mathbf{B}$
D) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{I}$
E) $\det(\mathbf{AB}) = 0$

5) **Siano** $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & a+2 \\ 2a & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2a \\ -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ $(a \in R)$ **:**

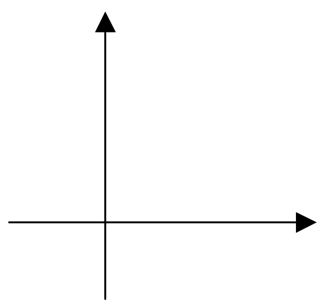
i) **discutere al variare di** $a \in R$ **il sistema** $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$

ammette una e una sola soluzione per:_______________
è indeterminato per:__________________
è impossibile per: ____________________

6) **Si consideri nello spazio cartesiano tridimensionale** *Oxyz* **il triangolo di vertici** $A(2,0,0), B(0,1,0), C(0,-1,0)$**. Determinare le coordinate dei vertici** *A', B', C'* **del trasformato di tale triangolo mediante la matrice** $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 3/2 & -3/2 & 0 \\ 3/2 & 3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$**.**

Disegnare i triangoli *ABC* **e** *A'B'C'* **sul piano** *xy.*

A': B': C':



7) **Risolvere mediante il metodo di riduzione gaussiana il seguente sistema lineare :**

$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ -2x + 2y + z = 2 \\ x + z = -1 \end{cases}$$

Scrivere il sistema in forma matriciale: $\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \\ \end{bmatrix}$.

Il sistema triangolarizzato diventa : $\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \\ \end{bmatrix}$. Il vettore soluzione del sistema e' : $\begin{bmatrix} \quad \\ \\ \end{bmatrix}$

8) **Siano** $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}^T = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]$ **:**

i) **calcolare la matrice prodotto** $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$ $\qquad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ & & & \end{bmatrix}$

ii) **il sistema lineare** $\mathbf{Cx} = \mathbf{b}$
A) ha una e una sola soluzione
B) e' omogeneo
C) ammette ∞^1 soluzioni
D) ammette ∞^2 soluzioni
E) e' impossibile