

COGNOME :

NOME :

MATR. :

FIRMA :

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE (Sez. Prof. E. Marchetti)

A.A. 2003/2004

Prova in itinere del 13/11/2003

1) Dati i seguenti vettori $\mathbf{v} = [-1 \quad \sqrt{3} \quad \sqrt{3}/2]$, $\mathbf{u} = [-2/\sqrt{3} \quad 2 \quad 1]$ Quale delle seguenti affermazioni è vera:

- A. hanno la stessa direzione
- B. hanno modulo uguale
- C. sono linearmente indipendenti
- D. sono due versori
- E. sono ortogonali

2) Dati i vettori $\mathbf{w} = -\mathbf{i} + 3a\mathbf{j} - a/2\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = -2/a\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ ($a \in \mathbb{R}, a \neq 0$), il vettore $\mathbf{w} \wedge \mathbf{v}$ è diretto come $\mathbf{k}$ per:

- A) $a = 2$
- B) $a = -1/2$
- C) $\forall a \neq 0$
- D) $a = 0$
- E) per nessun valore di a

3) Siano $\mathbf{A}$ una matrice ($n \times n$) diagonale, non singolare e $\mathbf{B}$ una matrice ($n \times n$) triangolare alta, non singolare. Allora:

- A) $\text{car}(\mathbf{AB}) < n$
- B) $\det(\mathbf{AB}) = 0$
- C) $\mathbf{AB}$ è diagonale
- D) $\mathbf{A}^T \mathbf{B}$ è triangolare bassa
- E) $\text{car}(\mathbf{AB}^T) = n$

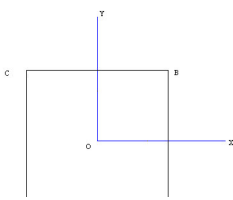
4) Siano $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 \\ -1 & a & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -1 & a \\ a & -2/3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} a+2 \\ -4 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ($a \in \mathbb{R}$):

i) calcolare la matrice prodotto $\mathbf{AB} =$

ii) discutere al variare di $a \in \mathbb{R}$ il sistema $(\mathbf{AB})\mathbf{x} = \mathbf{b}$

ammette una e una sola soluzione per: _____
è indeterminato per: _____
è impossibile per: _____

5) Sia $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -2\sqrt{3} & 0 \\ 2\sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ una matrice di trasformazione. Disegnare il trasformato, mediante $\mathbf{A}$, del



quadrato ABCD di lato λ della figura, indicando le coordinate omogenee dei vertici del trasformato.

6) Risolvere mediante il metodo di riduzione gaussiana il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} y - 4z = 2 \\ 3x - y - 4z = 2 \\ 6x + 6y - 3z = -17 \end{cases}$$

Scrivere il sistema in forma matriciale: $\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$.

Il sistema triangularizzato diventa : $\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$. Il vettore soluzione del sistema e' : $\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$

7) Il seguente sistema lineare $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$:

- A. ha una e una sola soluzione
- B. e' omogeneo
- C. ammette ∞^1 soluzioni
- D. ammette ∞^2 soluzioni
- E. e' impossibile

8) Determinare le eventuali soluzioni:

a) $\sqrt{3+x} + 2 < 0$

- A) $\forall x \in \mathbb{R}$ B) non ha soluzione C) $x \geq -3$ D) $x < 1$ E) è equivalente a $(\sqrt{3+x})^2 < (-2)^2$

b) $\frac{e^x}{2-x} = 0$

- A) $\forall x \in \mathbb{R}$ B) $x \geq 0$ C) non ha soluzione D) $x = 2$ E) $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 2$

9) Risolvere utilizzando i grafici delle funzioni elementari:

c) $\log x < 4 - x^2$



- A) $x > \alpha$ ($\alpha > 2$) B) $\alpha < x < 2$ ($1 < \alpha < 2$) C) $x \geq 1$
D) $1 < x \leq \alpha$ ($1 < \alpha < 2$) E) $0 < x < \alpha$ ($1 < \alpha < 2$)