

COGNOME :

NOME :

MATR. :

FIRMA :

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE (Sez. Prof. E. Marchetti)

A.A. 2003/2004

Prova in itinere del 13/11/2003

1) **Determinare le eventuali soluzioni:**

a) $\sqrt{2+x} + 3 = 0$

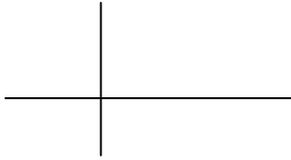
- A) $\forall x \in \mathbb{R}$ B) non ha soluzione C) $x \geq -2$ D) $x = 7$ E) è equivalente a $(\sqrt{2+x})^2 = (-3)^2$

b) $\frac{e^x}{1-x} < 0$

- A) $\forall x \in \mathbb{R}$ B) $x \geq 1$ C) non ha soluzione D) $x > 1$ E) $x \neq 1$

2) **Risolvere utilizzando i grafici delle funzioni elementari:**

c) $1 - 2x > \log x$



- A) $x > \alpha$ ($\alpha > 1/2$) B) $\alpha < x < 1$ ($1/2 < \alpha < 1$) C) $x \geq 1$
D) $x \leq \alpha$ ($1/2 < \alpha < 1$) E) $0 < x < \alpha$ ($1/2 < \alpha < 1$)

3) **I seguenti vettori $\mathbf{v} = [1 \quad -\sqrt{3} \quad \sqrt{3}/2]$, $\mathbf{u} = [2/\sqrt{3} \quad -2 \quad -1]$:**

- A. hanno lo stesso modulo
- B. sono linearmente indipendenti
- C. sono linearmente dipendenti
- D. sono due versori
- E. hanno prodotto vettoriale nullo

4) **I vettori $\mathbf{w} = \mathbf{i} - a\mathbf{j} + a/2\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 2/a\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ($a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$), sono ortogonali per i seguenti valori di a :**

- A) $a = \pm 2/\sqrt{5}$
- B) $\forall a \neq \pm 2/\sqrt{5}$
- C) $\forall a \neq 0$
- D) $a = 2$
- E) per nessun valore di a

5) **Siano \mathbf{A} una matrice ($n \times n$) triangolare alta, non singolare e \mathbf{B} una matrice ($n \times n$) diagonale, non singolare. Quale delle seguenti affermazioni è falsa:**

- A) $\text{car}(\mathbf{AB}) = n$
- B) \mathbf{AB} è non singolare
- C) \mathbf{AB} è triangolare alta
- D) \mathbf{AB}^T è triangolare alta
- E) $\text{car}(\mathbf{A}^T \mathbf{B}) < n$

6) Siano $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 6 & -1 & a \\ 2 & a & -2/3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & a \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ a-2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ($a \in \mathbb{R}$):

i) calcolare la matrice prodotto $\mathbf{AB} =$

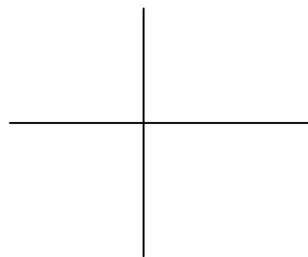
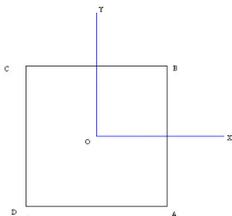
ii) discutere al variare di $a \in \mathbb{R}$ il sistema $(\mathbf{AB})\mathbf{x} = \mathbf{b}$

ammette una e una sola soluzione per: _____

è indeterminato per: _____

è impossibile per: _____

7) Sia $A = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{3} & 0 \\ -\sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ una matrice di trasformazione. Disegnare il trasformato, mediante A , del



quadrato ABCD di lato λ della figura, indicando le coordinate omogenee dei vertici del trasformato.

8) Risolvere mediante il metodo di riduzione gaussiana il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} y - 4z = 2 \\ 3x - 2y = 0 \\ 2x + 2y - z = -17/3 \end{cases}$$

Scrivere il sistema in forma matriciale: $\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$.

Il sistema triangolarizzato diventa : $\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$. Il vettore soluzione del sistema e' : $\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$

9) Il seguente sistema lineare $\begin{bmatrix} 3/2 & 1 & 3 & -3/2 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3/2 \\ 0 \\ -1/2 \end{bmatrix}$:

- A. ha una e una sola soluzione
- B. e' omogeneo
- C. ammette ∞^1 soluzioni
- D. ammette ∞^2 soluzioni
- E. e' impossibile