COGNOME : **NOME :** **MATR. :**

FIRMA :

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I (Sez. Prof. E. Marchetti)

A.A. 2001/2002
Prova scritta del 6/11/2001

1) **Determinare le eventuali soluzioni delle seguenti equazioni e disequazioni**:

- $a)$ $\sqrt{1-x} = -1$:______________________________

$b)$ $x^2(x+1) = 3x^3$:______________________________

$c)$ $\dfrac{x^2}{x^2+1} > 2$:______________________________

$d)$ $|senx| < 1$:______________________________

2) **La seguente equazione :** $1 - e^x = 2senx$

A. ha una sola soluzione
B. non ha soluzioni
C. ha almeno una soluzione positiva
D. ha infinite soluzioni non negative
E. ha infinite soluzioni nessuna delle quali positiva

3) **I seguenti vettori** $\mathbf{v} = -\mathbf{i} + 3/5\,\mathbf{j} + \sqrt{2}/5\,\mathbf{k}$ **,** $\mathbf{u} = 1/3\,\mathbf{i} - 1/5\,\mathbf{j} - \sqrt{2}/15\,\mathbf{k}$ **:**

A. sono linearmente indipendenti
B. hanno direzione e verso uguali
C. sono linearmente dipendenti
D. hanno prodotto scalare nullo
E. sono due versori

4) **Siano** $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in R^3$ **due vettori riga tali che** $\mathbf{u}\mathbf{v}^{\mathbf{T}} = 0$**, allora:**

A. sono ortogonali
B. sono paralleli
C. uno dei due deve essere il vettore nullo
D. sono linearmente dipendenti
E. hanno lo stesso modulo

5) **Siano** $\mathbf{w} = [\log a, 0, -1], \mathbf{v} = [1, 4, -\log a]$ **(** $a \in R,\ a > 0$ **), allora** $\mathbf{w} \wedge \mathbf{v} = \mathbf{0}$ **:**

A. $\forall a > 0$
B. $\forall a > 0,\ a \neq 1$
C. solo per $a = 1$
D. $a = 1, a = e$
E. per nessun valore di a

6) **Siano** $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 0 & 2\\ 2 & -3\end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$, **allora** $\mathbf{AB}$ **:**

A. è singolare
B. è la matrice identità
C. ha rango 2
D. non può essere calcolata
E. ha rango 3

7) **Il seguente sistema lineare** $\begin{cases}(a-2)x-y=a(a-1)\\ ax+ay=a-1\end{cases}$:

A. ha una e una sola soluzione $\forall a \in R$
B. ha una e una sola soluzione $\forall a \neq 2$
C. è impossibile per $a=0$, è indeterminato per $a=1$
D. è impossibile per $a=1$, è indeterminato per $a=0$
E. è indeterminato per $a=2$

8) **Il seguente sistema lineare** $\begin{bmatrix}2 & 0 & 0 & -1\\ 0 & -1 & 3 & 0\\ 1/2 & 1 & -3 & -1/2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 0\\ -1/2\end{bmatrix}$ **:**

A. e' impossibile
B. e' omogeneo
C. ammette ∞^1 soluzioni
D. ammette ∞^2 soluzioni
E. ha una e una sola soluzione

9) **Risolvere mediante il metodo di riduzione gaussiana il seguente sistema lineare :**

$$\begin{cases}3y+2z=2\\ x-3z=0\\ x+y+z=-1\end{cases}$$

Il sistema triangolarizzato diventa :

A. $\begin{bmatrix}1 & 0 & -3\\ 0 & 3 & 2\\ 0 & 0 & 10/3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 2\\ -5/3\end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix}1 & 0 & -3\\ 0 & 3 & 2\\ 0 & 0 & -10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 2\\ 5\end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 3 & 2\\ 0 & 0 & -10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 2\\ 5\end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 3 & 2\\ 0 & 0 & 10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 0\\ 2\end{bmatrix}$ E. $\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ 0\\ 2\end{bmatrix}$

Il vettore soluzione del sistema e' :

A. $\begin{bmatrix}-3/2\\ 1\\ -1/2\end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix}0\\ 2/3\\ 0\end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix}0\\ 1\\ -1/2\end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix}-3/2\\ 0\\ -1/2\end{bmatrix}$ E. $\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$