COGNOME : **NOME :** **MATR. :**

FIRMA :

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE (Sez. Prof. E. Marchetti)

A.A. 2005/2006 Prova in itinere del 24/11/2005

1) **Determinare le eventuali soluzioni:**

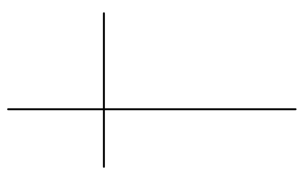
$a)\quad \sqrt{2x^2+1}+\sqrt{x^2+3}=0$

A) $\forall x \in R$ B) nessuna soluzione C) $x \neq \pm\sqrt{2}$ D) $x = \pm\sqrt{2}$ E) $x > 0$

$b)\quad \dfrac{|x|}{(x-1)^4} > -1$

A) $\forall x \in R$ B) nessuna soluzione C) $x \neq 1$ D) $x > -1$ E) $x \geq 0$

$c)\quad \log x = -e^x$ (**Risolvere utilizzando i grafici delle funzioni elementari)**



A) $x = \alpha\ \ (\alpha < 0)$ B) $x = \alpha\ \ (0 < \alpha < 1)$ C) non ha soluzione
D) $x = \alpha\ \ (\alpha > 1)$ E) $x = 0$

2) **Dati i seguenti vettori** $\mathbf{v} = [2 \quad -1 \quad a]$, $\mathbf{u} = [0 \quad a+1 \quad -1]$, $\mathbf{w} = [1 \quad -1/2 \quad a]$, $a \in R$, **determinare per quali valori di** a **sono complanari.**

A) $a = 0, a = -1$ B) $a \neq 0, a \neq -1$ C) $\forall a \in R$ D) per nessun valore di a
E) $a \neq 0, a = -1$

Indicare brevemente il procedimento utilizzato:

3) **Determinare i coseni direttori del seguente vettore di** R^3 **:** $\mathbf{a} = \sqrt{2}\,\mathbf{i} - \sqrt{2}\,\mathbf{j}$.

Indicare brevemente il procedimento utilizzato:

$|\mathbf{a}| =$

$\cos\alpha =$ $\cos\beta =$ $\cos\gamma =$

$\alpha =$ $\beta =$ $\gamma =$

4) **Siano $\mathbf{A}$ una matrice $(n \times n)$ triangolare alta con elementi $a_{ii} = 1, \forall i = 1,\ldots,n$, B una matrice diagonale $(n \times n)$ con elementi $b_{ii} = a_{ii}, \forall i = 1,\ldots,n$. Considerata la matrice $\mathbf{C} = \mathbf{A} + 2\mathbf{B}$, quale delle seguenti affermazioni è <u>vera</u>:**

A) $\det \mathbf{C} = 1$ B) $\det \mathbf{C} = 1 + 2^n$ C) $\det \mathbf{C} = 3^n$
D) $\det \mathbf{C} = 3$ E) $\det \mathbf{C} = 3n$

A=	**B=**	**C=**
det**A=**	det**B=**	det**C=**

5) **Siano** $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & a+4 \\ 1 & a+1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} a-2 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ $(a \in R)$**:**

i) **discutere al variare di $a \in R$ il sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$**

Indicare brevemente il procedimento utilizzato:

ammette una e una sola soluzione per:_______________
è indeterminato per:__________________
è impossibile per: ____________________

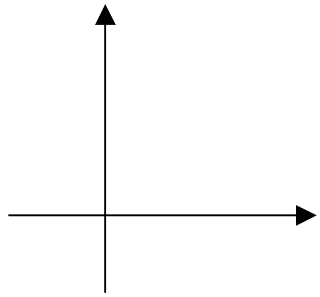
Interpretare geometricamente i risultati ottenuti

6) **Si consideri nello spazio cartesiano tridimensionale** *Oxyz* **il segmento di estremi $A(1,1,0), B(4,1,0)$. Determinare le coordinate degli estremi** *A', B'* **del trasformato di tale segmento mediante la matrice**

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 1/4 & 0 \\ -1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Disegnare i segmenti *AB* **e** *A'B''* **sul piano** *xy.*

A': B':



7) **Risolvere mediante il metodo di riduzione gaussiana il seguente sistema lineare :**

$$\begin{cases} 2y + z = -1 \\ x - 2y + z = 2 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

Scrivere il sistema in forma matriciale: $\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \\ \\ \end{bmatrix}$.

Il sistema triangolarizzato diventa : $\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \\ \\ \end{bmatrix}$. Il vettore soluzione del sistema e' : $\begin{bmatrix} \quad \\ \\ \\ \end{bmatrix}$

8) **Siano** $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x}^T = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ **:**

i) **calcolare la matrice prodotto** $\mathbf{C} = \mathbf{B}^T \mathbf{A}$ $\qquad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \\ \\ \end{bmatrix}$

ii) **il sistema lineare** $\mathbf{Cx} = \mathbf{b}$

A) ha una e una sola soluzione
B) e' omogeneo
C) ammette ∞^1 soluzioni
D) ammette ∞^2 soluzioni
E) e' impossibile

Indicare brevemente il procedimento utilizzato: