COGNOME : **NOME :** **MATR. :**

FIRMA :

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE (Sez. Prof. E. Marchetti)

A.A. 2005/2006 Prova in itinere del 24/11/2005

1) **Determinare le eventuali soluzioni:**

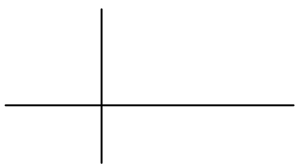
$a)\quad |x| + \sqrt{2x-1} = 0$

A) $\forall x \in R$ B) nessuna soluzione C) $x = 0$ D) $x \geq 1/2$ E) $x > 0$

$b)\quad \dfrac{x^4+1}{(x-1)^2} > -1$

A) $\forall x \in R$ B) $x \neq 1$ C) nessuna soluzione D) $x < 1$ E) $x = \pm 1$

$c)\quad \operatorname{sen} x = -\log x$ (**Risolvere utilizzando i grafici delle funzioni elementari**)



A) $x = 1$ B) $x = \alpha$ $(\alpha > \pi/2)$ C) nessuna soluzione

D) $x = \alpha$ $(1 < \alpha < \pi/2)$ E) $x = \alpha$ $(0 < \alpha < 1)$

2) **Dati i seguenti vettori** $\mathbf{v} = [a \quad -1 \quad 2]$, $\mathbf{u} = [-1 \quad a+1 \quad 0]$, $\mathbf{w} = [a \quad -1/2 \quad 1]$, $a \in R$, **determinare per quali valori di** a **sono linearmente indipendenti.**

A) per nessun valore di a B) $a \neq 0, a \neq -1$ C) $a = 0, a = -1$ D) $\forall a \in R$ E) $a > 0$

Indicare brevemente il procedimento utilizzato:

3) **Dati i seguenti vettori** $\mathbf{a} = -\sqrt{2}\,\mathbf{i} + \sqrt{3}\,\mathbf{j} + 2\sqrt{6}\ \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 1/\sqrt{2}\,\mathbf{i} - 1/\sqrt{3}\,\mathbf{j} + 1/\sqrt{6}\ \mathbf{k}$ **determinare l'ampiezza** α **dell'angolo fra essi compreso.**

Indicare brevemente il procedimento utilizzato:	
$\lvert \mathbf{a} \rvert =$	$\lvert \mathbf{b} \rvert =$
$\cos\alpha =$	$\alpha =$

4) **Siano I la matrice identità** $(n\times n)$ **,** $\mathbf{A}$ **una matrice** $(n\times n)$ **triangolare alta con elementi** $a_{ii}=1, \forall i=1,\ldots,n$ **. Considerata la matrice** $\mathbf{B}=\mathbf{A}-k\mathbf{I}$ (k $\in R$) **, quale delle seguenti affermazioni è <u>vera</u>:**

A) $\det\mathbf{B}=1-k^n$ B) $\det\mathbf{B}=(1-k)^n$ C) $\mathbf{B}$ è singolare

D) $\det\mathbf{B}=k^n$ E) $\det\mathbf{B}=1-k$

A=	**I=**	**B=**

5) **Siano** $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}3(a+1) & 3\\ 3 & (a-1)\end{bmatrix}$, $\mathbf{b}=\begin{bmatrix}2\\ a\end{bmatrix}$, $\mathbf{x}=\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$ $(a\in R)$ **:**

i) **discutere al variare di** $a\in R$ **il sistema** $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$

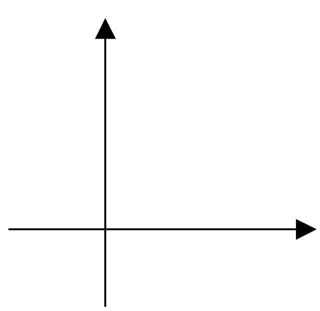
Indicare brevemente il procedimento utilizzato:

ammette una e una sola soluzione per:_______________
è indeterminato per:__________________
è impossibile per: ____________________

6) **Si consideri nello spazio cartesiano tridimensionale** *Oxyz* **il triangolo di vertici** $A(1,0,0), B(3,0,0), C(3,-1,0)$ **. Determinare le coordinate dei vertici** *A', B', C'* **del trasformato di tale triangolo mediante la matrice** $\mathbf{M}=\begin{bmatrix}0 & -1/3 & 0\\ 1/3 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$**.**

Disegnare i triangoli *ABC* **e** *A'B'C'* **sul piano** *xy.*

A': B': C':



7) **Risolvere mediante il metodo di riduzione gaussiana il seguente sistema lineare :**

$$\begin{cases} x-2y+z=2 \\ 2x+z=1 \\ 2y+z=-1 \end{cases}$$

Scrivere il sistema in forma matriciale: $\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix}$.

Il sistema triangolarizzato diventa : $\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix}$. Il vettore soluzione del sistema e' : $\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix}$

8) **Siano** $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}^T = [x_1 \quad x_2]$ **:**

i) **calcolare la matrice prodotto** $\mathbf{C} = \mathbf{A}^T\mathbf{B}$ $\qquad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}$

ii) **il sistema lineare** $\mathbf{Cx} = \mathbf{b}$

A) ha una e una sola soluzione
B) e' omogeneo
C) ammette ∞^1 soluzioni
D) ammette ∞^2 soluzioni
E) e' impossibile

Indicare brevemente il procedimento utilizzato: