

**Statistica Matematica**  
**Prova scritta del 10.9.2002**

**Esercizio 1**

Sia  $X$  una variabile casuale (v.c.) Esponenziale negativa di parametro 1. Si individui la legge di distribuzione di  $Y = [X + 1]$  dove  $[.]$  è la funzione parte intera (ad esempio  $[2.456] = 2$ ).

**Esercizio 2**

Ci sono  $n$  urne  $U_r$  ( $r = 1, \dots, n$ ) contenenti ciascuna  $n$  palline di cui  $r$  bianche. La probabilità di estrarre ciascuna urna è proporzionale a  $r^{-1}$ . Si sceglie a caso un'urna e da questa si estraggono con reinserimento 2 palline che risultano essere bianche. Qual è la probabilità che l'urna estratta sia quella che contiene solo palline bianche?

**Esercizio 3**

Si supponga di effettuare  $n$  prove indipendenti nella variabile casuale  $X$  avente la seguente funzione di densità

$$\varphi(x; \theta) = \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{x - \mu}{\theta}\right) \quad x > \mu$$

con  $\theta > 0$  parametro incognito e  $\mu$  costante reale nota.

- a) Calcolare lo stimatore di  $\theta$  con il metodo dei momenti;
- b) calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza (SMV) di  $\theta$  e stabilire se è corretto per  $\theta$ .

**Esercizio 4**

Si consideri la variabile casuale  $X$  avente la seguente funzione di densità

$$\varphi(x; \theta) = \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{x}{\theta}\right) \quad x > 0$$

con  $\theta > 0$  parametro incognito.

Realizzate  $n$  prove indipendenti in  $X$

- a) determinare il test più potente di livello  $\alpha$  per testare

$$H_0 \quad \theta = \theta_0 \quad \text{contro} \quad H_1 \quad \theta = \theta_1 (\theta_1 > \theta_0)$$

- b) determinare un intervallo di confidenza di livello 0.9 per  $\theta$  supponendo che sia  $n = 10$  e  $\bar{x} = 3$ .