

Statistica Matematica
Prova scritta del 3/7/2002

Esercizio 1

Si lanciano una volta 4 dadi regolari. Sapendo che le facce dei dadi sono tutte diverse calcolare:

- a) la probabilità che la somma dei punti sia 10;
- b) la probabilità che esca un 3.

Esercizio 2

Siano X_1 e X_2 due v.c. indipendenti di Poisson di parametro 3 e 2 rispettivamente. Si calcolino:

- a) il valore atteso e la varianza di $\frac{X_1-3}{\sqrt{3}}$;
- b) $Pr\{X_1 + X_2 > 2\}$.

Esercizio 3

Si consideri la variabile casuale X avente la seguente funzione di densità

$$\varphi(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - \mu)^2\right) \quad x > 0$$

con μ parametro reale ignoto e $\sigma > 0$ noto.

- a) Calcolare il supporto e la funzione di densità della v.c. $Y = \ln X$. La distribuzione di Y è nota? In caso affermativo specificarla.
- b) Calcolare la stima di massima verosimiglianza (SMV) di μ basata su n prove indipendenti in X .
- c) Stabilire se lo stimatore (SMV) è uno stimatore corretto per μ . (Può essere utile ricordare il risultato ottenuto al punto a)).

Esercizio 4

Sia θ l'ignota percentuale di persone con disturbi cardiaci in una popolazione. Per sottoporre a verifica l'ipotesi

$$H_0 : \theta = 0,5 \quad \text{contro} \quad H_1 : \theta = 0,3$$

si estraggono in modo indipendente 10 persone e si osserva se risultano avere disturbi cardiaci.

- a) Si confrontino i 2 test I e II che rifiutano H_0 se al più una persona estratta è malata e, rispettivamente, se almeno 9 persone sono malate. Quale dei 2 test risulta preferibile?
- b) Come sarebbe possibile giustificare l'affermazione che "il test I è il più potente" al livello α_I calcolato al punto a)?