

Statistica Matematica
Prova scritta del 6.02.2002

Esercizio 1

Ginevra vuole andare a fare i compiti dall'amica Morgana che abita in un differente paese. Per raggiungere la casa dell'amica vi sono due differenti autobus che portano alla stazione e, successivamente, due differenti treni. Ciascun mezzo, indipendentemente dai rimanenti, ha un guasto con probabilità $1 - p$ ($0 < p < 1$) (ovviamente la stazione non è raggiungibile se entrambi gli autobus sono guasti, così come la casa di Morgana non lo è se entrambi i treni sono guasti). Si calcoli la probabilità che Ginevra raggiunga la stazione sapendo che non riuscirà a raggiungere l'amica.

Esercizio 2

Sia X una variabile casuale (v.c.) Esponenziale di parametro θ^{-1} .

- (a) Si verifichi che θ è parametro di scala;
- (b) si individui la funzione di densità della v.c. $Y = \sqrt{X}$;
- (c) si calcoli il generico momento di ordine r di Y .

Esercizio 3

Sia X una v.c. Uniforme con supporto $[2 - \theta, 0]$.

- (a) Si individuino la funzione di densità di X e lo spazio parametrico;
- (b) supposto di effettuare n prove indipendenti in X si individuino le stime per θ ottenute col metodo della massima verosimiglianza e con quello dei momenti;
- (c) si decida se la v.c. descritta dalla stima di massima verosimiglianza è statistica sufficiente.

Esercizio 4

Si supponga di effettuare $n = 9$ prove indipendenti nella v.c. X dell'esercizio 2 ottenendo i seguenti valori: 8, 4, 5, 10, 3, 4, 6, 5, 9.

- (a) Si individui un intervallo di confidenza per θ al livello $1 - \alpha = 0.99$;
- (b) supposto che l'intervallo individuato rappresenti la zona di accettazione riferita alla statistica media campionaria per verificare $H_0 : \theta = 8$ in alternativa a $H_1 : \theta = 11.1876$, si calcoli la potenza del test individuato.