

1) La rappresentazione grafica dei risultati nell'analisi discriminante e strumenti utili per l'interpretazione delle funzioni discriminanti.

2) Con l'obiettivo di spiegare l'appartenenza di un'acqua minerale ad una delle marche seguenti *A*, *B*, *C* e *D*, sono state rilevate su un campione di 10 bottiglie senza etichetta (di cui 3 prodotte da *A*, 3 da *B*, 2 da *C* e 2 da *D*) le seguenti caratteristiche:

X_1 = residuo fisso a 180°C

X_2 = quantità di calcio disciolta in un litro d'acqua

X_3 = quantità di magnesio disciolta in un litro d'acqua

Nelle righe della seguente matrice sono riportati i centri dei punteggi discriminanti delle 4 marche di acqua nello spazio delle funzioni discriminanti estraibili:

$$\begin{bmatrix} 0.7310 & 1.7922 & 0.5329 \\ 0.5961 & 2.1256 & 0.5534 \\ -0.1577 & 1.8135 & 0.5417 \\ 0.5838 & 1.3666 & 0.5546 \end{bmatrix}$$

Considerato che gli autovalori della matrice $W^{-1}B$ e la matrice *A* le cui colonne riportano i corrispondenti autovettori normalizzati sono rispettivamente:

$$\lambda_1 = 28.7089 \quad \lambda_2 = 6.2440 \quad \lambda_3 = 0.0234$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.9417 & -0.0318 & 0.0372 \\ -0.0656 & 0.9640 & 0.0232 \\ -0.3301 & -0.2638 & 0.9990 \end{bmatrix}$$

- a) Si determini, attraverso il test di Bartlett, il numero di funzioni discriminanti da mantenere nell'analisi.
- b) Tenendo conto del risultato ottenuto al punto precedente, si classifichi opportunamente una nuova acqua minerale caratterizzata da $X_1 = 1$, $X_2 = 2$, $X_3 = 0.5$.

3) Inerzia totale: definizione, significato, scomposizioni e impieghi.

4) Modelli log-lineari per tabelle di contingenza a doppia entrata: obiettivi generali e illustrazione dei modelli gerarchici.

5) Si considerino i caratteri *A*, *B* e *C*, le cui distribuzioni marginali semplici di frequenze relative sono rispettivamente:

a_i	$f(a_i)$	b_j	$f(b_j)$	c_i	$f(c_i)$
a_1	0,4	b_1	0,15	c_1	0,7
a_2	0,25	b_2	0,85	c_2	0,3
a_3	0,35				

Dopo aver fornito una possibile distribuzione marginale doppia di frequenze relative di *B* e *C*, compatibile con le corrispondenti marginali semplici, nella quale *B* e *C* non siano indipendenti:

- a) Si fornisca una possibile distribuzione congiunta di *A*, *B* e *C* per la quale *A* sia indipendente dalla distribuzione doppia (*B*; *C*).
- b) Si mostri che nella tabella fornita al precedente punto non è possibile che *B* e *C* siano indipendenti condizionatamente ad *A*.