

Esame di Inferenza Statistica – 13.07.06

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

Esame totale

Esame parziale

Per la seconda prova parziale, svolgere soltanto il secondo e il terzo esercizio

- 1) Si estrae un campione casuale di ampiezza n da una v.c. X avente funzione di densità:

$$f(x; \theta) = 2 \cdot \theta \cdot (1+x)^{-(2\theta+1)} \quad x \geq 0, \quad \theta > 0$$

- La distribuzione assegnata appartiene alla famiglia esponenziale?
 - Si ricavi lo stimatore T per il parametro θ con il metodo della massima verosimiglianza.
 - Si fattorizzi opportunamente la quantità $\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \theta} \ln f(x_i; \theta)$, individuando la funzione parametrica $\tau^*(\theta)$ per la quale esiste lo stimatore a varianza uniformemente minima.
 - Si determini lo stimatore di massima verosimiglianza per la funzione parametrica $\tau^*(\theta)$ individuata al punto precedente.
- 2) Un venditore di riso all'ingrosso è interessato a verificare se la distribuzione delle proprie vendite giornaliere di riso segue la legge di probabilità normale, con parametri $\mu = 50$ e $\sigma^2 = 100$. Si hanno a disposizione i dati sulle vendite di riso (X) in 200 giorni consecutivi del 2005:

x_j	$\leq 37,20$	$(37,20 ; 47,45]$	$(47,45 ; 55,25]$	$> 55,25$
Frequenza n_j	16	72	48	64

- Si può ritenere che la distribuzione normale descriva adeguatamente i dati osservati ($\alpha = 0,05$)?
 - Si supponga ora che i parametri μ e σ^2 siano ignoti. Si verifichi l'ipotesi nulla $H_0: \mu \leq 50$ contro l'alternativa $H_1: \mu > 50$, avendo posto la probabilità dell'errore di prima specie pari a 0,01. Si assuma $\min x_j = 35; \max x_j = 70$.
- 3) Un produttore di sci ha condotto un'indagine di mercato per valutare il prezzo di lancio più appropriato per un nuovo modello di sci. Sono stati intervistati tre gruppi di potenziali acquirenti (suddivisi per classi di età) e sono stati rilevati i prezzi in euro (X) che ciascuno ha dichiarato di essere disposto a pagare per acquistare i nuovi sci.

	Prezzo (X)					
<i>Gruppo 1 (età < 20 anni)</i>	300	320	330	280	270	275
<i>Gruppo 2 (20 < età < 40)</i>	180	185	190	200	230	250
<i>Gruppo 3 (età > 40 anni)</i>	250	260	270	190	200	180

Devianze nei gruppi: Gruppo 1: 3120,83; Gruppo 2: 3920,83; Gruppo 3: 7750

Dopo avere specificato, per ciascuno dei punti successivi, le necessarie ipotesi,

- si verifichi se la varianza del prezzo dichiarato dai soggetti del gruppo 1 può ritenersi uguale a quella del prezzo dichiarato dai soggetti del gruppo 2, contro l'alternativa che la prima sia minore della seconda ($\alpha = 0,05$);
- si verifichi, al livello di significatività del 5%, l'ipotesi che il prezzo medio sia equivalente per i tre gruppi di potenziali consumatori;
- si costruisca l'intervallo di confidenza al 98% per la differenza fra i prezzi medi dichiarati dai soggetti dei gruppi 2 e 3.