

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

Esame totale Esame parziale

Per la seconda prova parziale, svolgere soltanto il secondo e il terzo esercizio

- 1) Si estrae un campione casuale di ampiezza n da una v.c. X avente funzione di densità:

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} \cdot e^{-\frac{(x-1)}{\theta}} \quad x \geq 1, \quad \theta > 0$$

- a) Ricavare lo stimatore T per il parametro θ con il metodo della massima verosimiglianza.

Sapendo che la v.c. $Y = X - 1$ segue una distribuzione esponenziale di parametro $1/\theta$,

- b) verificare la correttezza e la consistenza quadratica dello stimatore T individuato al punto a);
 c) calcolare il limite inferiore di Rao-Cramèr per la varianza di stimatori non distorti del parametro θ e confrontarlo con l'errore quadratico medio di T , commentando il risultato.
- 2) Uno studio sugli effetti dell'alcool sugli incidenti stradali ha coinvolto un campione casuale di 359 soggetti, sui quali sono state rilevate le variabili X = concentrazione di alcool nel sangue al momento dell'incidente; Y = luogo in cui è avvenuta l'assunzione di alcool.

Luogo (Y)	Concentrazione di alcool (X)				Totale
	$\leq 0,02$	$0,02 - 0,05$	$0,05 - 0,10$	$\geq 0,10$	
Pub	72	21	31	35	159
Casa propria	53	19	13	5	90
Casa di amici	65	21	18	6	110
Totale	190	61	62	46	359

- a) Si può ritenere che le variabili X ed Y siano indipendenti in probabilità ($\alpha = 0,01$)?
 b) Costruire un intervallo di confidenza asintotico al livello del 95% per la differenza fra la concentrazione media di alcool nel sangue tra i soggetti provenienti dal pub e quelli provenienti da casa di amici. Assumere $\min x_i = 0$; $\max x_i = 0,15$.
- 3) Una società produttrice di cereali per la prima colazione ha condotto un'indagine campionaria per studiare l'impatto del prezzo di vendita X (espresso in euro) sul volume delle vendite settimanali Y (espresso in numero di scatole da 500g vendute presso un supermercato milanese). I risultati dell'indagine sono sintetizzati di seguito:

$$n = 20; \quad \bar{x} = 2,80; \quad \bar{y} = 120; \quad \sum x_i^2 = 275,55; \quad \sum y_i^2 = 290736.$$

Dall'applicazione del modello lineare $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$ (Caso A), si è ottenuta una devianza residua pari a 1940. E' noto, inoltre, che $\beta_1 < 0$.

- a) Determinare le stime di massima verosimiglianza per i parametri β_0 e β_1 del modello.
 b) Verificare l'ipotesi nulla $H_0: \beta_1 = -2,4$ contro l'alternativa $H_1: \beta_1 < -2,4$ ($\alpha = 0,05$).
 c) Costruire un intervallo di confidenza al 98% per le vendite medie di cereali in corrispondenza di un prezzo di vendita pari a 2,50 euro.