

Esame di Statistica II/B - 06.04.06

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

1. Sia (x_1, \dots, x_n) un campione casuale di ampiezza n estratto da una v.c. di Pareto, avente la seguente funzione di densità:

$$f(x; \theta) = (\theta + 2) \cdot x^{-(\theta+3)} \quad \text{per } x \geq 1; \quad \theta > -2$$

- Ricavare lo stimatore T per la funzione parametrica $\tau(\theta) = 1/(\theta+2)$ con il metodo della massima verosimiglianza.
 - Sapendo che la variabile casuale $Y = \ln X$ segue una distribuzione esponenziale di parametro $(\theta+2)$, verificare la correttezza e la consistenza quadratica dello stimatore T individuato al punto precedente.
 - Confrontare l'errore quadratico medio di T con il limite inferiore di Rao-Cramèr per la varianza di stimatori non distorti della funzione parametrica $\tau(\theta) = 1/(\theta+2)$, commentando opportunamente il risultato.
- 2) Gli organizzatori di corse di cavalli ritengono che sulle piste circolari i cavalli che partono più arretrati da posizioni interne siano avvantaggiati rispetto a quelli che partono più avanzati ma da posizioni esterne. L'effetto può essere studiato rilevando il numero di vittorie (n_j) riportate nella stagione 2005 da un campione casuale di cavalli, partiti da ciascuna delle 8 posizioni di una pista circolare:

<i>Posizione (x_j)</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>Totale</i>
<i>N° di vittorie (n_j)</i>	29	19	18	25	17	10	15	11	144

- Verificare l'ipotesi nulla secondo cui le osservazioni provengono dalla seguente distribuzione uniforme (rettangolare) discreta rispetto alle 8 posizioni di partenza:

$$p(x) = \frac{1}{8} \quad x = 1, 2, 3, \dots, 8 \quad (\alpha = 0, 1).$$
 - Costruire un intervallo di confidenza asintotico per la proporzione di vittorie conseguite dai cavalli partiti nelle posizioni inferiori alla quarta, con un livello di confidenza del 98%.
- 3) Un campione casuale di 24 studenti è suddiviso, ai fini di un'indagine sociologica, in tre gruppi: il primo gruppo viene collocato in una stanza con musica di sottofondo a volume basso e costante, il secondo gruppo in una stanza con musica a volume variabile, il terzo gruppo in una stanza senza musica. Agli studenti viene chiesto di leggere per 30 minuti un testo scolastico e successivamente di rispondere ad un questionario di 10 domande sul testo. I punteggi X riportati nel questionario da ciascuno studente sono elencati nella tabella sottostante:

	Punteggio (X)							
<i>Gruppo 1</i>	7	4	6	8	6	6	2	9
<i>Gruppo 2</i>	5	5	3	4	4	7	2	2
<i>Gruppo 3</i>	2	4	7	1	2	1	5	5

Ipotizzando che la distribuzione di X sia normale e sapendo che la devianza totale di X è pari a 117,96,

- verificare, al livello di significatività del 10%, l'ipotesi che il punteggio medio sia equivalente nei tre gruppi di studenti;
- stabilire se il punteggio medio degli studenti appartenenti al gruppo 1 possa ritenersi uguale a quello degli studenti inseriti nel gruppo 3, contro l'alternativa che il primo sia maggiore del secondo ($\alpha = 0,10$).