

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

1) Si estrae un campione casuale di ampiezza n da una v.c. X avente funzione di densità:

$$f(x; \theta) = \frac{1}{2} \cdot \theta^3 \cdot x^2 \cdot e^{-\theta x} \quad x > 0; \quad \theta > 0$$

- La distribuzione assegnata appartiene alla famiglia esponenziale?
- Ricavare lo stimatore di massima verosimiglianza per la funzione parametrica $\frac{1}{\theta}$.
- Sapendo che $E(X) = \frac{3}{\theta}$ e che $E(X^2) = \frac{12}{\theta^2}$, verificare la correttezza e la consistenza quadratica dello stimatore determinato al punto precedente.

2) Il rendimento annuo percentuale di un fondo di investimento può essere descritto da una variabile casuale X distribuita normalmente, con media μ (incognita) e scarto quadratico medio $\sigma = 2,5$. Si osserva un campione casuale di $n = 20$ fondi, ottenendo le seguenti informazioni:

$$\sum x_i = 92 \quad \sum x_i^2 = 606$$

- Costruire la regione critica del test per verificare l'ipotesi nulla $H_0: \mu = 5$ contro l'alternativa $H_1: \mu < 5$ ($\alpha = 0,1$). Eseguire il test sul campione osservato.
 - Calcolare la funzione di potenza del test ricavato al punto a) in corrispondenza dei seguenti valori di μ : 4 – 4,2 – 5. Commentare adeguatamente i risultati.
 - Ipotizzando ora di ignorare il valore dello scarto quadratico medio, determinare nuovamente la regione critica del test specificato al punto a). Eseguire il test sul campione osservato e confrontare il risultato con quello ottenuto in a).
- 3) In un'indagine sociologica condotta su una grande società di servizi è stato rilevato lo stipendio annuo netto (X , in migliaia di euro) di un campione casuale di 63 dipendenti, classificati in base alla succursale di appartenenza:

Classi di stipendio	20 – 25	25 – 30	30 – 40	40 – 80
<i>Succursale A</i>	14	8	4	0
<i>Succursale B</i>	2	1	16	2
<i>Succursale C</i>	0	5	10	1

Ipotizzando che la distribuzione di X sia normale,

- Stabilire se la varianza degli stipendi annui può ritenersi omogenea fra le succursali B e C contro l'alternativa bilaterale ($\alpha = 0,10$).
- Verificare, al livello di significatività dell'1%, l'ipotesi che lo stipendio medio dei dipendenti sia equivalente nelle tre succursali.