Esame di Statistica II/B - 02.02.06

COGNOME__________________NOME__________________MATRICOLA____________

1) Si estrae un campione casuale di ampiezza n da una v.c. X avente funzione di densità:

$$f(x;\theta) = (\theta+1)\cdot x^{\theta} \qquad 0 < x < 1; \quad \theta > -1$$

a) La distribuzione assegnata appartiene alla famiglia esponenziale?

b) Ricavare lo stimatore di massima verosimiglianza per il parametro θ.

c) Fattorizzare opportunamente la quantità $\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial\theta} \ln f(x_i;\theta)$, individuando la funzione parametrica $\tau^*(\theta)$ per la quale esiste lo stimatore a varianza uniformemente minima.

d) Applicando il principio di invarianza, determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per la funzione parametrica $\tau^*(\theta)$ individuata al punto precedente.

2) Un campione casuale di azionisti di un fondo di investimento è stato classificato in base alla professione (X) ed alla propensione al rischio nelle scelte finanziarie (Y):

	Propensione al rischio (Y)		
Professione (X)	*Bassa*	*Media*	*Alta*
Operaio	51	31	32
Impiegato	49	59	51
Libero professionista	18	26	31

Sulla base dei dati riportati in tabella,

a) si può ritenere che il grado di propensione al rischio sia indipendente dalla professione dell'azionista del fondo ($\alpha = 0{,}10$)?

b) costruire un intervallo di confidenza asintotico per la differenza fra le proporzioni di operai e di impiegati che manifestano bassa propensione al rischio ($\alpha = 0{,}02$).

3) Su un campione casuale di 25 sciatori iscritti ad una competizione amatoriale si sono rilevati l'altezza X (in centimetri) ed il peso Y (in kg), ottenendo i seguenti risultati:

$$\sum x_i = 4224; \quad \sum y_i = 1766; \quad \sum x_i y_i = 299056; \quad \sum x_i^2 = 723604; \quad \sum y_i^2 = 124986$$

Applicando il modello lineare $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$ (Caso A),

a) determinare la stima di massima verosimiglianza per il parametro β_0 e costruire il relativo intervallo di confidenza al livello del 90%;

b) verificare l'ipotesi nulla che β_1 sia uguale a zero contro l'alternativa bilaterale ($\alpha = 0{,}05$);

c) determinare l'intervallo di confidenza all'80% per $\mu(x)$ in corrispondenza di $x = 171$.