Esame di Statistica II/B - 20.09.05

COGNOME_________________NOME_________________MATRICOLA___________

Esame totale **Esame parziale**

Per la seconda prova parziale, svolgere soltanto il secondo ed il terzo esercizio.

1) Si estrae un campione casuale di ampiezza n da una v.c. X avente distribuzione di Poisson:

$$p(x;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, \ldots;\ \lambda > 0$$

a) La distribuzione assegnata appartiene alla famiglia esponenziale?

b) Calcolare il limite inferiore di Rao-Cramér per la varianza di stimatori non distorti della funzione parametrica λ^2.

c) Determinare lo stimatore T_1 per la funzione parametrica λ^2 con il metodo della massima verosimiglianza e verificare che si tratta di uno stimatore distorto.

d) **(*facoltativo*)** Verificare che lo stimatore T_2, così definito:

$$T_2 = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2\right) - \overline{X}$$

è invece corretto per λ^2.

2) Dodici appezzamenti di terreno sono stati ripartiti casualmente in tre gruppi: al primo non è stato somministrato alcun fertilizzante, il secondo è stato trattato con il fertilizzante A ed il terzo con il fertilizzante B. La produzione dei dodici appezzamenti (misurata in quintali di grano) è riportata nella tabella sottostante:

Nessun fertilizzante	60	54	65	55	
Fertilizzante A	75	70	66	79	72
Fertilizzante B	84	88	78		

Devianza totale = 1'313

Dopo avere specificato (per ciascuno dei punti successivi) le necessarie ipotesi,

a) stabilire se la produzione media dei tre gruppi di terreni può ritenersi equivalente ($\alpha = 0{,}01$);

b) verificare l'ipotesi nulla che la produzione media dei terreni non sottoposti ad alcun fertilizzante sia uguale a quella dei terreni sottoposti al fertilizzante A, contro l'alternativa che la prima sia minore della seconda ($\alpha = 0{,}05$).

3) La tabella sottostante classifica un campione casuale di dipendenti di una grande fabbrica in base ai minuti di ritardo in entrata:

Ritardo (in minuti)	0 - 5	5 - 10	10 - 15	più di 15
N° dipendenti	31	30	41	58

a) Considerato il carattere X = "ritardo in entrata (in minuti)", stabilire, al livello di significatività del 10%, se esso può ritenersi conforme alla seguente distribuzione rettangolare (uniforme) continua:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{20} & 0 < x < 20 \\ 0 & \textit{altrove} \end{cases}$$

b) Costruire un intervallo di confidenza asintotico per la frequenza relativa di dipendenti con più di 15 minuti di ritardo in entrata, fissando il livello di confidenza pari al 99%.