**Esame di Statistica II/B - 28.06.05**

**COGNOME__________________NOME__________________MATRICOLA____________**

**Esame totale** **Esame parziale**

***Per la seconda prova parziale, svolgere soltanto il <u>secondo</u> ed il <u>terzo</u> esercizio.***

**1)** Si estrae un campione casuale di ampiezza $n$ da una v.c. $X$ avente funzione di densità:

$$f(x;\beta) = \beta\,(1-x)^{\beta-1} \qquad 0 < x < 1, \quad \beta > 0$$

a) La distribuzione assegnata appartiene alla famiglia esponenziale?

b) Ricavare lo stimatore di massima verosimiglianza per il parametro $\beta$.

c) Fattorizzare opportunamente la quantità $\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial \beta} \ln f(x_i;\beta)$, individuando la funzione parametrica $\tau^*(\beta)$ per la quale esiste lo stimatore a varianza uniformemente minima.

d) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per la funzione parametrica $\tau^*(\beta)$ individuata al punto precedente.

**2)** Da un'intervista condotta su un campione casuale di famiglie milanesi è risultata la seguente distribuzione del reddito mensile (variabile $X$, espressa in migliaia di euro):

| ***Classe di reddito*** | *< 1* | *1 – 1,5* | *1,5 – 2,5* | *2,5 – 3* | *3 – 4* | *> 4* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ***Numero di famiglie*** | *460* | *297* | *153* | *37* | *20* | *33* |

Verificare se la distribuzione del reddito mensile nella popolazione può ritenersi conforme ad una legge di Pareto, con funzione di densità:

$$f(x) = 1{,}125\, x^{-3} \qquad \textit{per } x > 0{,}75$$

**3)** Per valutare la possibilità di ridurre i propri costi di gestione, una grande catena di fast-food ha commissionato uno studio su tre oli da cucina: *A* (il più costoso), *B* (prezzo medio) e *C* (olio economico). Ciascuno dei tre oli è stato sottoposto ad un certo numero di prove di cottura, rilevando per ognuna il valore assunto dalla variabile $X$ = "n° di ore di frittura prima che l'olio vada buttato".
I risultati dell'indagine sono riportati in tabella:

| ***Olio*** | $n_j$ | $\sum_{i=1}^{n_j} x_{ji}$ | $\sum_{i=1}^{n_j} x_{ji}^2$ |
|---|---|---|---|
| **A** | 7 | 123 | 2271,22 |
| **B** | 8 | 107,9 | 1571,63 |
| **C** | 8 | 93,3 | 1228,69 |

<u>Dopo avere specificato (per ciascuno dei punti successivi) le necessarie ipotesi</u>,

a) verificare l'ipotesi nulla che la varianza del numero di ore di frittura sia uguale per i due oli A e B contro l'alternativa bilaterale, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%;

b) stabilire se i tre oli presentano il medesimo tempo medio di frittura, fissando la probabilità dell'errore di prima specie pari a 0,1;

c) verificare l'ipotesi nulla che il tempo medio di frittura dell'olio A sia uguale a quello dell'olio C, contro l'alternativa che il primo risulti maggiore del secondo ($\alpha = 0{,}05$).