

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

Esame totale

Esame parziale

Per la seconda prova parziale, svolgere soltanto il secondo esercizio (prima e seconda parte).

- 1) Sia X una v.c. normale di parametri μ e σ^2 , con funzione di densità:

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \quad x \in \mathfrak{R}$$

Il parametro μ è noto e pari a 4. Si estrae da X un campione casuale di ampiezza 7, che dà luogo alle seguenti osservazioni:

3,5 - 6,5 - 4,2 - 5 - 5,1 - 3 - 3,9

- a) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per la varianza di X .
- b) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per il terzo quartile di X e fornire il suo valore numerico per il campione osservato.
(si ricorda che il generico quantile di ordine p di una distribuzione $X \sim \text{Normale}(\mu, \sigma^2)$ è esprimibile come: $x(p) = \mu + \sigma \cdot z(p)$, dove $z(p)$ denota il corrispondente quantile della normale standard).
- c) Determinare l'intervallo di confidenza per il coefficiente di variazione σ/μ al livello di confidenza del 95%.

- 2) Il fatturato giornaliero delle banche italiane (espresso in migliaia di Euro) può essere descritto da una variabile casuale X , distribuita normalmente. Ai fini di uno studio promosso dalla Banca d'Italia, le banche sono state suddivise per area geografica (Nord, Centro, Sud e Isole) e da ciascuna area è stato estratto un campione casuale. I risultati dell'indagine sono riportati in tabella:

<i>Classi di fatturato</i>	0 - 50	50 - 75	75 - 100	100 - 150
<i>Area geografica</i>				
Nord	10	8	4	0
Centro	2	1	20	2
Sud e Isole	0	5	10	1

Prima parte

- a) Si verifichi l'ipotesi di uguaglianza fra le varianze del fatturato delle banche operanti al Nord e al Centro, contro l'alternativa bilaterale ($\alpha = 0,02$).
- b) Dopo avere specificato le ipotesi necessarie, si stabilisca se il fatturato medio può ritenersi equivalente per le banche ubicate nelle tre diverse aree geografiche ($\alpha = 0,01$).

Seconda parte

Si assuma ora che, in seguito ad un'indagine esplorativa, la varianza del fatturato delle banche operanti nel Sud e Isole possa ritenersi nota e pari a 250.

- c) Indicato con μ_S il fatturato medio delle banche del Sud e Isole, verificare l'ipotesi nulla: $\mu_S = 75$ contro l'alternativa: $\mu_S > 75$ ($\alpha = 0,025$).
- d) Per il test determinato al punto precedente, calcolare la probabilità β dell'errore di seconda specie ed il valore della funzione di potenza in corrispondenza dei punti $\mu_S = 80$ e $\mu_S = 85$. Fornire una spiegazione dei risultati ottenuti.