Esame di Statistica II/B - 09.04.05

COGNOME__________________ **NOME**___________________**MATRICOLA**____________

1) La durata della CPU di un personal computer (espressa in anni) può essere descritta da una v.c. X di tipo esponenziale, avente la seguente funzione di densità:

$$f(x;\theta) = \vartheta \; e^{-\theta x} \qquad per \; x > 0 \quad \vartheta > 0$$

Avendo a disposizione un campione casuale (x_1, x_2, …, x_n) di osservazioni da X,

a) Ricavare lo stimatore T per la funzione parametrica $\tau(\theta) = Prob\ (X > 2)$ con il metodo della massima verosimiglianza.

b) Calcolare il limite inferiore di Rao-Cramèr per la varianza di stimatori non distorti di $\tau(\theta)$.

c) (***Facoltativo***) Specificare la distribuzione asintotica dello stimatore T ricavato al punto a), precisandone media e varianza (asintotiche).

2) Un vaccino, supposto efficace nella prevenzione dei raffreddori, è stato provato su un campione casuale di 500 persone. Dal confronto fra le loro cartelle cliniche relative al periodo ottobre 2003 – giugno 2004 e quelle di un secondo campione casuale di 300 persone non vaccinate sono emersi i seguenti risultati:

	Nessun raffreddore	**Un raffreddore**	**Due raffreddori**	**Più di due raffreddori**
Vaccinato	252	145	83	20
Non vaccinato	164	86	40	10

a) Sulla base dei dati raccolti, il numero di raffreddori contratti nel periodo indicato può ritenersi indipendente dal fatto di essersi sottoposti o meno al vaccino ($\alpha = 0{,}05$)?

b) Considerato il campione dei soli individui vaccinati, si può ritenere che la v.c. X = "numero di raffreddori" si distribuisca secondo una legge di Poisson ($\alpha = 0{,}01$)? (Tenere presente che la somma dei valori della classe "Più di due raffreddori" è pari ad 84).

3) Per debellare i parassiti che colpiscono le sue viti, un viticoltore ha a disposizione tre tipologie di pesticida (A, B, C). Volendo confrontarne l'efficacia, suddivide le piante del suo vigneto in tre gruppi, a ciascuno dei quali somministra un diverso pesticida. Misura, quindi, su scala da 1 a 10, il rendimento X di ciascun pesticida (che suppone distribuito secondo una legge normale) ed ottiene i dati presentati in tabella:

Pesticida	n_j (*numero di piante*)	$\bar{x}_j$ (*rendimento medio*)	$\sum_{i=1}^{n_j} x_{ji}^2$
A	16	4,6	471,12
B	21	5,2	751,77
C	30	6,1	1468,69

a) Verificare se le varianze dei rendimenti dei pesticidi A e B possono ritenersi uguali contro l'alternativa bilaterale ($\alpha = 0{,}01$).

b) Verificare l'ipotesi che i rendimenti medi siano uguali per i tre pesticidi, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5% (approssimare i gradi di libertà della statistica test al valore più vicino presente sulle tavole).