

Esame di Statistica II/B - 21.01.05

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

- 1) Si consideri un campione casuale di ampiezza n dalla variabile casuale X con funzione di densità:

$$f(x; \gamma) = \frac{1}{\gamma} e^{-\frac{1}{\gamma}x} \quad \text{per } x > 0 \quad \gamma > 0.$$

- Determinare lo stimatore T del parametro γ con il metodo della massima verosimiglianza.
 - Verificare la correttezza e la consistenza quadratica di T .
 - Confrontare l'errore quadratico medio di T con il limite inferiore di Rao-Cramèr per la varianza di stimatori non distorti del parametro γ , commentando il risultato.
- 2) La seguente tabella riporta il numero x di incidenti sul lavoro che si sono verificati settimanalmente in una fabbrica di materie plastiche, durante un periodo di 100 settimane:

x_j (numero di incidenti)	0	1	2	3	4	5	6 e più
n_j (numero di settimane con x_j incidenti)	5	15	21	24	17	11	7

- Sapendo che il totale della classe "6 e più" è risultato pari a 48, verificare, al livello di significatività del 5%, l'ipotesi che i dati provengano da una distribuzione di Poisson:

$$p(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots; \lambda > 0.$$

- Costruire un intervallo di confidenza asintotico al 98% per la frequenza relativa di settimane con meno di 4 incidenti.
- 3) La relazione fra l'eccesso di offerta di moneta Y (misurato in percentuale rispetto alla domanda) ed il tasso annuo di inflazione X (anch'esso in percentuale), può essere descritto dal seguente modello lineare:

$$\hat{Y}_i = -0,3893 + 1,0353 x_i$$

i cui parametri sono stati stimati con il metodo della massima verosimiglianza su un periodo di 9 anni (dal 1967 al 1975) in Gran Bretagna. Avendo a disposizione le seguenti informazioni:

$$\bar{X} = 9,4444 \quad \text{Dev}(X) = 363,9422 \quad I^2 = 0,7197$$

- costruire un intervallo di confidenza al 98% per β_1 ;
- verificare l'ipotesi nulla $H_0: \beta_0 = 0$ contro l'alternativa $H_1: \beta_0 < 0$, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità dell'1%;
- costruire un intervallo di confidenza al 90% per lo scarto quadratico medio di Y .