

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

Esame totale

Esame parziale

Coloro che sostengono la seconda prova parziale svolgano solo il secondo e il terzo esercizio.

- 1) Si consideri un campione casuale di ampiezza n dalla variabile casuale X con funzione di densità esponenziale:

$$f(x; \theta) = \vartheta e^{-\theta x} \quad \text{per } x > 0 \quad \vartheta > 0.$$

- a) Si determini lo stimatore T per il primo quartile di X con il metodo della massima verosimiglianza.
 - b) Si verifichino la correttezza e la consistenza quadratica dello stimatore T ricavato al punto a).
 - c) Si confronti l'errore quadratico medio di T con il limite inferiore di Rao-Cramèr per la varianza di stimatori non distorti del primo quartile, commentando il risultato.
 - d) Si specifichi la distribuzione asintotica dello stimatore T , indicandone valore atteso e varianza (asintotici).
- 2) Con riferimento a tre reparti di un magazzino, si sono rilevate le produttività (X) di un campione di addetti in termini di numero di imballaggi per ora. Alcune statistiche riassuntive della rilevazione sono riportate in tabella:

<i>Reparto</i>	n_j	$\sum_{i=1}^{n_j} x_{ji}$	$\sum_{i=1}^{n_j} x_{ji}^2$
A	7	103	1571,22
B	8	107,9	1571,63
C	8	113,3	1668,69

- a) Si verifichi l'ipotesi che le varianze delle produttività siano uguali nei reparti A e B, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.
 - b) Si verifichi l'ipotesi che le produttività medie siano uguali nei tre reparti, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità dell'1%.
 - c) Si verifichi l'ipotesi che le produttività medie dei reparti A e C siano uguali contro l'alternativa che la prima sia maggiore della seconda, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità dell'1%.
- 3) La durata (in ore) di una lampadina da 75 watt può essere descritta da una distribuzione normale di media μ (ignota) e scarto quadratico medio σ pari a 25 ore. Su un campione casuale di 20 lampadine si è osservata una durata media di 1014 ore.
- a) Si verifichi l'ipotesi nulla $H_0: \mu = 1000$ contro l'alternativa $H_1: \mu > 1000$ ad un livello di significatività del 5%.
 - b) Si valuti la probabilità dell'errore di secondo tipo β del test determinato al punto a) in corrispondenza del valore $\mu_1 = 1020$.
 - c) Come varierebbero i risultati dei punti a) e b) se, a parità di altre condizioni, la dimensione del campione passasse da 20 a 40 lampadine? Si commenti, in particolare, la variazione riscontrata nel valore di β .