

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_ MATRICOLA \_\_\_\_\_

Esame totale

Esame parziale

*Coloro che sostengono la seconda prova parziale svolgano solo il secondo e il terzo esercizio.*

1. Sia  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , un campione casuale di ampiezza  $n$  estratto da una v.c. indicatore avente la seguente funzione di probabilità:

$$p(x; \theta) = \theta^x (1 - \theta)^{1-x} \quad \text{per } x = 0, 1; \quad 0 < \theta < 1$$

- a) Dopo avere determinato lo stimatore  $T_1$  per il parametro  $\theta$  con il metodo della massima verosimiglianza, se ne valutino la correttezza e la consistenza quadratica.
  - b) Si confronti l'errore quadratico medio di  $T_1$  con il limite inferiore di Rao-Cramèr per la varianza di uno stimatore non distorto di  $\theta$ , commentando il risultato.
  - c) Si consideri ora lo stimatore  $T_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}$ .  $T_2$  è corretto per  $\theta$ ?
  - d) Si verifichi che  $E.Q.M. (T_2) = E.Q.M. (T_1)$ , dove  $E.Q.M.$  denota l'errore quadratico medio dello stimatore. Si commenti opportunamente questo risultato. (*Traccia per il calcolo di  $E.Q.M. (T_2)$ : come si distribuisce la v.c.  $X^2$ ? E quindi quanto risulta la sua varianza?*)
2. Alcuni analisti finanziari ritengono che i rendimenti del titolo azionario "ENI" quotato alla borsa di Milano siano distribuiti normalmente. Dopo avere rilevato un campione ( $x_1, x_2, \dots, x_{250}$ ) di rendimenti giornalieri percentuali del titolo, gli analisti costruiscono la seguente tabella di frequenze:

<i>Intervallo valori <math>x_j</math></i>	<i>Frequenza <math>n_j</math></i>
$\leq -3$	18
$(-3 ; -1,5]$	28
$(-1,5 ; +1,5]$	175
$(+1,5 ; +3]$	22
$> 3$	7

Sapendo che i valori minimo e massimo delle  $x_j$  osservate sono risultati pari, rispettivamente, a  $-5$  e  $+4$ , si verifichi, al livello di significatività  $\alpha = 0,05$ , se la distribuzione normale descrive adeguatamente i rendimenti del titolo.

3. Per un'indagine di mercato sulla qualità di diverse marche di caffè si intervista un campione di 12 consumatori. Questi ultimi vengono suddivisi in 3 gruppi, a ciascuno dei quali si somministra una diversa marca di caffè. Si chiede quindi a ciascun consumatore di esprimere, su scala da 0 a 10, il proprio voto (variabile  $X$ ) per la marca di caffè assaggiata. I risultati dell'indagine sono riportati in tabella:

<b>Marca A</b>	8,5	7,5	7,5	8	
<b>Marca B</b>	7	6,5	7	6	7
<b>Marca C</b>	8	7,5	7		

**Devianza totale = 5,2292**

Supposto che la variabile  $X$  segua una distribuzione normale,

- a) Si valuti se le varianze dei voti espressi per le marche B e C possono ritenersi uguali, al livello di significatività del 10%.
- b) Si verifichi se il voto medio può ritenersi uguale per le tre marche, al livello di significatività del 5% (si precisino prima le ipotesi necessarie).
- c) Si costruisca un intervallo di confidenza per la differenza fra i voti medi relativi alle marche B e C, al livello di confidenza del 98%.