

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

1. Sia X_1, X_2, \dots, X_n , un campione casuale di ampiezza n estratto da una v.c. avente la seguente funzione di densità:

$$f(x; \theta) = (\theta - 1) \cdot x^{-\theta} \quad \text{per } x \geq 1, \theta > 0$$

- a) Si determini lo stimatore T di massima verosimiglianza per la funzione parametrica $\tau(\theta) = \frac{1}{\theta - 1}$.
- b) Sapendo che la v.c. $Y = \ln X$ segue una distribuzione esponenziale di parametro $(\theta - 1)$, si valutino la correttezza e la consistenza quadratica dello stimatore T ricavato al punto a).
- c) Si calcoli il limite inferiore di Rao-Cramèr per la varianza di uno stimatore non distorto della funzione parametrica $\tau(\theta)$ definita al punto a). Si confronti tale limite con l'errore quadratico medio di T , commentando opportunamente il risultato.
2. Un campione di 180 sportelli bancari lombardi è stato classificato secondo il numero di neolaureati (X) assunti nel corso dell'ultimo anno, dando luogo ai seguenti risultati:

x_i	0	1	2	3	4 e più
n_i	28	52	41	33	26

- a) Si verifichi, al livello di significatività del 5%, l'ipotesi H_0 che tali risultati provengano da una v.c. Poisson di aspettativa pari a 2.
- b) Si costruisca l'intervallo di confidenza asintotico al 98% per la frequenza relativa p di sportelli bancari che hanno assunto meno di due neolaureati nell'ultimo anno.
3. Una ricerca condotta dalla provincia di Lecco ha messo a confronto la robustezza delle fibre sintetiche prodotte da quattro aziende locali operanti nel settore tessile. Prelevato un campione casuale di tessuti da ciascuna azienda, si è rilevata la loro resistenza alla deformazione (X), ottenendo i risultati riportati in tabella:

Aziende	A	7	7	11	
	B	12	15	15	10
	C	15	11	11	
	D	8	7	12	7

Devianza totale = 121,4286

Dopo avere specificato le necessarie ipotesi,

- a) Si valuti se la resistenza media dei tessuti possa ritenersi uguale per le quattro aziende, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità dell'1%.
- b) Si verifichi l'ipotesi H_0 che le resistenze medie dei tessuti prodotti dalle aziende B e C siano uguali contro l'alternativa bilaterale, avendo posto $\alpha = 0,05$.
- c) Si costruisca l'intervallo di confidenza al 90% per lo scarto quadratico medio della resistenza dei tessuti prodotti dall'azienda B.