

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

- 1) Sia X_1, X_2, \dots, X_n , un campione casuale di ampiezza n estratto da una v.c. binomiale avente la seguente funzione di probabilità:

$$p(x) = \binom{10}{x} \theta^x (1-\theta)^{10-x} \quad \text{per } x = 0, 1, 2, \dots, 10; 0 < \theta < 1$$

- Ricavare lo stimatore di θ con il metodo dei momenti.
 - Ricavare lo stimatore di θ con il metodo della massima verosimiglianza e confrontarlo con lo stimatore trovato al punto precedente.
 - Valutare la correttezza e la consistenza quadratica dello stimatore di θ ricavato al punto a).
- 2) Il peso delle confezioni di wafer prodotte da una nota azienda alimentare può essere descritto da una v.c. X distribuita normalmente, con media μ e varianza σ^2 . Dall'esperienza passata, si sa che lo scarto quadratico medio di X è pari a 3. Dalla produzione odierna si estrae un campione casuale di 5 confezioni di wafer i cui pesi (in grammi) risultano pari a: 100,6 – 97,75 – 98,8 – 99,5 – 97,3. Sulla base del campione osservato,
- verificare l'ipotesi $H_0: \mu = 100$ contro $H_1: \mu < 100$ ad un livello di significatività del 5%;
 - valutare la probabilità dell'errore di secondo tipo β del test determinato al punto a) in corrispondenza del valore $\mu_1 = 99$.
 - costruire l'intervallo di confidenza al 98% per il peso medio delle confezioni di wafer prodotte dall'azienda. Come varierebbe l'ampiezza di tale intervallo se lo scarto quadratico medio di X fosse pari a 1,5? Commentare il risultato.

- 3) La relazione fra il reddito mensile (variabile X) e la spesa per abbigliamento (variabile Y) delle famiglie italiane può essere descritta dal seguente modello lineare (caso A):

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X$$

Su un campione di $n = 10$ famiglie, si sono osservati i seguenti risultati (dati in migliaia di euro):

$$\sum x_i = 11,65 \quad \sum y_i = 2,23 \quad \sum x_i y_i = 3,1525 \quad \sum x_i^2 = 14,9375 \quad \sum y_i^2 = 0,7513$$

- Verificare l'ipotesi $H_0: \beta_1 = 0$ contro l'alternativa bilaterale ad un livello di significatività del 5%.
- Costruire l'intervallo di confidenza al 95% per la spesa per abbigliamento di una famiglia il cui reddito mensile sia pari a 1'250 euro.