

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

- 1) Sia X_1, X_2, \dots, X_n , un campione casuale di ampiezza n estratto da una v.c. avente la seguente funzione di densità:

$$f(x; \theta) = (\theta + 1)x^{-(\theta+2)} \quad \text{per } x \geq 1; \quad \theta > -1$$

- a) La funzione di densità assegnata appartiene alla famiglia esponenziale?
- b) Ricavare lo stimatore T di massima verosimiglianza per la funzione parametrica $\frac{1}{\theta+1}$.
- c) Sapendo che $Y = \ln X$ segue una distribuzione esponenziale di parametro $\theta+1$, verificare la correttezza e la consistenza quadratica dello stimatore T ricavato al punto b).
- 2) Dall'esperienza passata si sa che il peso dei salmoni cresciuti in un allevamento commerciale ha distribuzione normale con media μ che varia da stagione a stagione e con scarto quadratico medio σ sempre pari a 0,3 libbre. Relativamente ad un campione casuale di $n=30$ salmoni, si è stimato che il peso medio dei salmoni di quest'anno sia pari a 5,3 libbre.
- a) Verificare l'ipotesi nulla $H_0: \mu = 5$ contro $H_1: \mu > 5$ al livello di significatività dell'1%.
- b) Calcolare la funzione di potenza del test applicato al punto a) in corrispondenza dei seguenti valori di μ : 5; 5,1; 5,2. Commentare i risultati ottenuti.

- 3) Per studiare l'influenza dell'alimentazione sulle prestazioni sportive, un nutrizionista esamina un campione casuale di 15 ciclisti suddividendoli in tre gruppi di cinque. Al primo gruppo lascia seguire il regime alimentare abituale; al secondo gruppo fa consumare cereali integrati ad alto contenuto di fibre; al terzo gruppo somministra vitamine durante tutti i pasti. Dopo un mese di questi regimi alimentari, tutti i ciclisti vengono cronometrati su un percorso prestabilito, ottenendo i seguenti tempi di percorrenza:

Gruppo 1 <i>(regime abituale)</i>	18,6	16,9	17,3	18,5	18,3
Gruppo 2 <i>(cereali integrati)</i>	17,1	16,3	15,8	16,4	16,0
Gruppo 3 <i>(vitamine)</i>	15,9	17,2	16,4	15,4	16,8

Devianza totale = 13,816

- a) Dopo avere specificato le necessarie ipotesi, stabilire se il tempo medio di percorrenza possa ritenersi uguale per i tre regimi alimentari, al livello di significatività del 5%.
- b) Costruire l'intervallo di confidenza al 98% per la differenza fra i tempi medi di percorrenza relativi ai gruppi 1 e 3.