Esame di Statistica II/B 17.06.03

COGNOME__________________ NOME__________________MATRICOLA__________

1) Sia $X_1, X_2, \dots, X_n$ un campione casuale di ampiezza n estratto da una v.c. X avente la seguente funzione di probabilità:

$$p(x;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^x}{x!} \quad x = 0,1,2,\dots;\ \lambda > 0.$$

a) Ricavare lo stimatore T_n di massima verosimiglianza per il coefficiente di variazione di X, definito come: $CV = \frac{\sigma(X)}{E(X)}$ dove $\sigma(X)$ denota lo scarto quadratico medio di X.

b) Fattorizzare la quantità $\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial\lambda} \ln p(x_i;\lambda)$, individuando la funzione parametrica $\tau(\lambda)$ per la quale esiste uno stimatore a varianza uniformemente minima.

c) Calcolare il limite inferiore di Rao-Cramér per la varianza di stimatori non distorti del coefficiente di variazione CV e dire (sfruttando il risultato del punto (*b*) e senza svolgere ulteriori calcoli) se l'errore quadratico medio dello stimatore T_n trovato al punto (*a*) raggiunge tale limite.

2) Si sono scelti a caso 300 cittadini statunitensi adulti, che sono stati suddivisi per sesso (X) e convinzioni politiche (Y):

Sesso	***Convinzione politica***		
	Democratici	*Repubblicani*	*Indipendenti*
Donne	68	56	32
Uomini	52	72	20

a) Verificare, al livello di significatività del 5%, se esiste dipendenza fra il sesso e le convinzioni politiche dei cittadini statunitensi.

b) Verificare, al livello di significatività del 2%, se la proporzione di democratici è la stessa fra le donne e fra gli uomini, precisando le ipotesi sottostanti l'esecuzione del test.

3) La relazione fra l'incremento della velocità di lettura Y (misurata in numero di parole al minuto) ed il numero di settimane di frequenza ad un corso di lettura veloce (X) può essere descritto dal seguente modello lineare:

$$\hat{Y}_i = 2{,}64 + 11{,}80\, x_i$$

i cui parametri sono stati stimati con il metodo della massima verosimiglianza su un campione di 10 iscritti al corso. Avendo a disposizione le seguenti informazioni:

$$\bar{X} = 6{,}10 \qquad Dev(Y) = 10'009{,}24 \qquad I^2 = 0{,}9863$$

a) Costruire un intervallo di confidenza al 95% per $\mu(1)$.

b) Costruire un intervallo di confidenza al 98% per lo scarto quadratico medio di Y.

c) Verificare l'ipotesi $H_0: \beta_0 = 0$ contro l'alternativa bilaterale, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità dell'1%.