

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA _____

- 1) Sia X_1, X_2, \dots, X_n un campione casuale semplice di ampiezza n estratto da una v.c. avente la seguente funzione di densità:

$$f(x; \vartheta) = \begin{cases} \vartheta^2 x e^{-\vartheta x} & \text{per } x > 0, \vartheta > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) Si ricavi lo stimatore T di massima verosimiglianza per la funzione parametrica $\tau(\vartheta) = 1/\vartheta$.
- b) Sapendo che $E[X] = 2/\vartheta$ e $E[X^2] = 6/\vartheta^2$ si verifichi la correttezza e la consistenza quadratica dello stimatore T .
- c) Si calcoli il limite inferiore della disuguaglianza di Rao-Cramer per la varianza di uno stimatore corretto di $\tau(\vartheta)$ e lo si confronti con l'errore quadratico medio di T , commentando il risultato.
- 2) Prima di promuovere particolari polizze che avvantaggino gli assicurati di uno stesso nucleo familiare, una compagnia di assicurazioni auto svolge un'indagine su un campione di 140 famiglie classificandole secondo il numero complessivo di auto possedute:

x_i	1	2	3	4
n_i	40	60	30	10

- a) Si verifichi l'ipotesi che tali risultati provengano dal seguente modello:
- $$p(X = x) = \frac{-5x^2 + 19x + 8}{70}, \quad x = 1, 2, 3, 4 \quad (\alpha = 0,05);$$
- b) Si costruisca l'intervallo di confidenza asintotico al 99% per il numero medio di auto μ .
- 3) Sugli 8 candidati che sostengono una prova di selezione presso una società di informatica, si rilevano: il punteggio Y (in %) conseguito in un test di logica ed il numero di colloqui X già sostenuti in altre aziende nello stesso anno. Noti i seguenti risultati:

$$\sum x_i = 41 \quad \sum y_i = 522,1 \quad \sum x_i y_i = 2932,9 \quad \sum x_i^2 = 225 \quad \sum y_i^2 = 39161,73$$

si vuole applicare il modello lineare $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$ (CASO A). A tal fine:

- a) Si stimino i parametri β_0 e β_1 ;
- b) Si determini l'intervallo di confidenza al 99% per la varianza del punteggio;
- c) Si verifichi l'ipotesi che l'intercetta β_0 sia nulla contro l'alternativa $H_1 : \beta_0 < 0$ ($\alpha = 0,05$);
- d) Si determini l'intervallo di confidenza al 90% per $\mu(x)$ in corrispondenza di $x = 6$.