Esame di Statistica II/B 09.01.03

COGNOME___________________ NOME___________________MATRICOLA__________

1) Sia $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ un campione casuale semplice di ampiezza n estratto da una v.c. gamma avente la seguente funzione di densità:

$$f(y;\theta,\alpha) = \begin{cases} \dfrac{1}{\Gamma(\alpha)}\theta^{\alpha} y^{\alpha-1} e^{-\theta y}; & y > 0; \theta > 0, \alpha > 0 \\ 0 & altrove \end{cases}$$

a) Si ponga $\alpha = 3$ e si ricavi lo stimatore T di massima verosimiglianza per θ;

b) Dopo avere fattorizzato opportunamente la quantità $\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial\theta} \ln f(y_i;\theta,\alpha=3)$ ed individuato la funzione $\tau(\theta)$ per la quale esiste uno stimatore non distorto la cui varianza coincide con il limite inferiore della disuguaglianza di Rao-Cramer, si dica se lo stimatore T ricavato al punto a) ha varianza uniformemente minima (giustificando la risposta) .

2) La seguente tabella riporta la distribuzione per sesso e per voto di maturità di un campione di 373 studenti universitari:

Sesso	***Voto di Maturità***				***Totale***
	36-42	*43-48*	*49-54*	*55-60*	
Maschi	87	56	31	22	*196*
Femmine	43	44	42	48	*177*
Totale	*130*	*100*	*73*	*70*	*373*

a) Si costruisca l'intervallo di confidenza al 96% per la frequenza relativa degli studenti universitari che hanno conseguito un voto di maturità non inferiore a 49;

b) Si indichi con μ_1 il voto medio degli studenti universitari maschi e con μ_2 quello delle femmine e si ipotizzi che i 196 maschi e le 177 femmine intervistati compongano due campioni indipendenti estratti casualmente dalle rispettive popolazioni. Si verifichi l'ipotesi $H_0 : \mu_2 \geq \mu_1$ contro l'alternativa $H_1 : \mu_2 < \mu_1$ avendo fissato l'errore di prima specie pari a 0,1.

3) Su nove ragazzi alla visita di leva si registrano l'altezza X (in cm) ed il peso Y (in kg) e si riportano i seguenti totali:

$$\sum x_i = 1591; \quad \sum y_i = 743; \quad \sum x_i y_i = 131574; \quad \sum x_i^2 = 282197; \quad \sum y_i^2 = 61835.$$

Volendo applicare il modello lineare (Caso A) $\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x$:

a) Si determini l'intervallo di confidenza al 95% per il peso medio $\mu(x)$ in corrispondenza dell'altezza $x = 182$.

b) Si verifichi l'ipotesi $H_0 : \beta_1 = 0$ con alternativa bilaterale, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.